

ANNEXE : Travail théorique complémentaire. (CORRIGE)

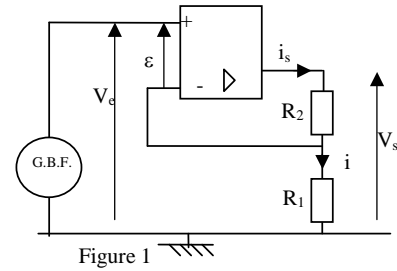
Les différentes points abordés sont repérés par leur numérotation telle qu'elle figure dans la partie expérimentale. Il est évident qu'une mise en relation avec les observations réalisées au cours du TP-cours est attendue.

6.3 Etude théorique de la réponse fréquentielle d'un montage linéaire.

L'A.O. en boucle ouverte est doté d'un gain en boucle ouverte complexe :

$$\underline{\mu}(\omega) = \frac{\mu_0}{1 + j \frac{\omega}{\omega_{cAO}}}$$

On note pour la suite : $G = \frac{R_1 + R_2}{R_1}$;



La mise en équation du montage amplificateur-inverseur devant prendre en compte la non idéalité de l'A.O., il est exclu d'écrire $V_+ = V_-$. On utilisera : $\underline{V}_s = \underline{\mu} \cdot \underline{\epsilon}$ où $\underline{\mu}$ est borné.

1. $\epsilon = V_+ - V_-$ avec $V_+ = V_e$ et en remarquant le diviseur de tension (R_1, R_2) : $V_- = \frac{R_1}{R_1 + R_2} V_s$

d'où $\underline{V}_s = \underline{\mu} \left(\underline{V}_e - \frac{\underline{V}_s}{G} \right)$ (a)

2. (a) s'écrit : $\frac{\underline{V}_s}{\underline{\mu}} = \underline{V}_e - \frac{\underline{V}_s}{G}$ donc : $\underline{H}(j\omega) = \frac{\underline{V}_s}{\underline{V}_e} = \frac{1}{\frac{1}{G} + \frac{1}{\mu_0} + j \frac{\omega}{\mu_0 \omega_{cAO}}}$ soit : $\underline{H}(j\omega) = \frac{G}{1 + \frac{G}{\mu_0} + j \frac{G\omega}{\mu_0 \omega_{cAO}}}$

soit puisque $G \ll \mu_0$: $\underline{H}(j\omega) = \frac{G}{1 + j \frac{G\omega}{\mu_0 \omega_{cAO}}}$

3. On obtient un transfert du premier ordre. La pulsation de coupure ω_c est telle que $H(\omega) = H_{max}/\sqrt{2}$, avec $H_{max} = G$. Ceci conduit à $\frac{G\omega}{\mu_0 \omega_{cAO}} = 1$, relation qui, exprimée en fréquence conduit à : $G \cdot f_c = \mu_0 \cdot f_{cAO}$

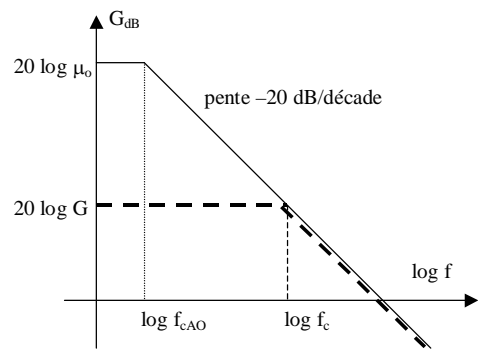
avec $f_c = \omega_c / 2\pi$ et $f_{cAO} = \omega_{cAO} / 2\pi$. ($f_{cAO} \approx 10$ Hz).

Conclusion : le produit gain-bande $G \cdot f_c$ apparaît non seulement comme une constante, mais il dépend des caractéristiques de l'A.O. en boucle ouverte.

Les courbes de gain en diagramme de Bode donnent les tracés asymptotiques suivant :

On visualise clairement sur ce graphe qu'une évolution du gain G du montage amplificateur s'accompagne nécessairement d'une évolution inverse de sa fréquence de coupure.

En effet, le point de brisure de la courbe de gain asymptotique du montage appartient à l'asymptote oblique à -20 dB par décade caractérisant l'affaïssement du gain μ de l'AO en boucle ouverte quand la fréquence augmente.



7.1 Réponse indicielle d'un circuit ampli-inverseur :

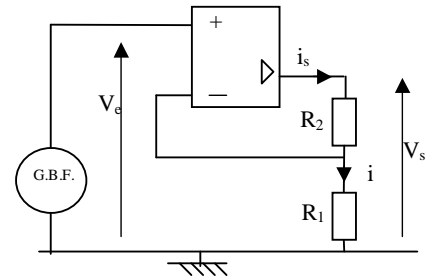
1. On considère le montage ci-contre.

La relation : $V_S = \mu \cdot \varepsilon$ donne en notation complexe :

$$\underline{V_S} + j \frac{\omega}{\omega_{cAO}} \underline{V_S} = \mu_o \underline{\varepsilon} \quad \text{soit en notation temporelle :}$$

$$V_S(t) + \tau_{AO} \frac{dV_S}{dt} = \mu_o \varepsilon(t) \quad \text{en notant } \tau_{AO} = 1/\omega_{cAO}$$

La relation entrée-sortie pour l'AO en boucle ouverte est une équation différentielle du premier ordre, de constante de temps τ_{AO} .



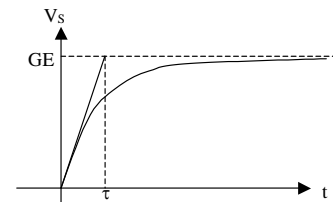
La relation : $\underline{V_S} = \underline{H} \cdot \underline{V_e}$ donne en notation complexe : $\underline{V_S} + j \frac{G\omega}{\mu_o \omega_{cAO}} \underline{V_S} = G \cdot \underline{V_e}$ soit en notation

temporelle : $V_S(t) + \tau \frac{dV_S}{dt} = G \cdot V_e(t)$ avec la constante de temps $\tau = G / \mu_o \cdot \omega_{cAO}$.

2. Si la tension d'entrée $V_e(t)$ correspond à un échelon de tension d'amplitude E, la réponse en sortie du montage $V_S(t)$ sera de forme :

$$V_S(t) = GE + \lambda \exp(-t/\tau) \quad \text{avec la condition initiale } V_S(t=0) = 0.$$

$$\text{d'où l'expression : } V_S(t) = GE(1 - \exp(-t/\tau))$$



8.2 Etude théorique de la réponse indicielle d'un montage à réaction positive.

On examine l'évolution du montage durant la phase transitoire (brève) où l'A.O. est en régime linéaire. On observe expérimentalement que l'AO va rapidement être amené en saturation.

La relation $\underline{V_S} = \underline{\mu} \cdot \underline{\varepsilon}$ avec : $\underline{\varepsilon} = \frac{V_+ - V_-}{R_1 + R_2} = \frac{V_S - V_e}{R_1 + R_2}$ est alors valide,

$$\text{soit en notant : } G = \frac{R_1 + R_2}{R_1} : \quad \underline{V_S} = \underline{\mu} \cdot \left(\frac{V_S}{G} - V_e \right) \quad \text{(b)}$$

$$1. \text{ (b) s'écrit : } \frac{V_S}{\underline{\mu}} = \frac{V_S}{G} - V_e \quad \text{d'où, en introduisant l'expression de } \underline{\mu}(\omega) : \quad \underline{H}(j\omega) = \frac{V_S}{V_e} = \frac{1}{\frac{1}{G} - \frac{1}{\mu_o} - j \frac{\omega}{\mu_o \omega_{cAO}}}$$

$$\text{soit avec } G \ll \mu_o : \quad \underline{H}(j\omega) = \frac{+G}{1 - j \frac{G\omega}{\mu_o \omega_{cAO}}}$$

$$2. \text{ La relation complexe } \underline{V_S} - j\omega \frac{G}{\mu_o \omega_{cAO}} \underline{V_S} = G \cdot \underline{V_e} \text{ amène la relation temporelle : } V_S(t) - \frac{G}{\mu_o \omega_{cAO}} \frac{dV_S}{dt} = G \cdot V_e$$

compte tenu de l'approximation $G \ll \mu_o$. Il apparaît la constante de temps $\tau = G / \mu_o \cdot \omega_{cAO}$

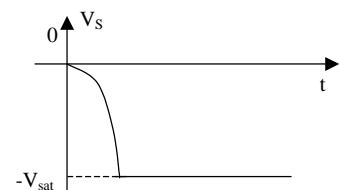
3. On impose une tension d'entrée $V_e(t)$ correspondant à un échelon de tension d'amplitude E, et l'on suppose que $V_S(t=0) = 0$.

Si la tension d'entrée $V_e(t)$ correspond à un échelon de tension d'amplitude E, la réponse en sortie du montage $V_S(t)$ sera de forme :

$$V_S(t) = GE + \lambda \exp(+t/\tau) \quad \text{avec la condition initiale } V_S(t=0) = 0.$$

$$\text{d'où l'expression : } V_S(t) = GE(1 - \exp(+t/\tau)) \quad \text{avec } \tau = G / (\mu_o \omega_{cAO})$$

$V_S(t)$ décroît exponentiellement très rapidement jusqu'à saturation négative.



Ce résultat montre que l'AO va évoluer très rapidement à saturation quelle que soit la tension d'entrée $V_e(t)$. Il est donc pertinent de ne retenir que deux états stables de l'AO : $V_S = +V_{sat}$ ou $V_S = -V_{sat}$.