

Étude du circuit RLC série – Mesures en R.S.F.

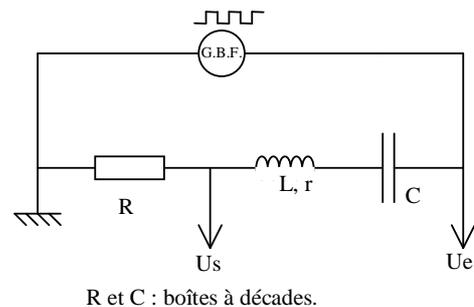
Au préalable, on reverra dans le cours d'électrocinétique les chapitres correspondants aux manipulations suivantes. Une étude théorique est demandée sur certaines parties du TP. Elle devra être traitée impérativement en préparation de la séance.

Le logo  est placé en regard des parties demandant une préparation théorique.

1°) Le régime transitoire :

On se propose d'étudier le régime pseudo-périodique ou le régime apériodique du circuit ci-contre en observant sa réponse en intensité à une tension créneau (observation en réponse indicielle). On réalise donc le montage ci-contre :

$L = 50 \text{ mH}$ à 65 mH , $C = 0,10 \text{ }\mu\text{F}$,
 $R = 50 \text{ }\Omega$; $0,20 \text{ k}\Omega$; $3,0 \text{ k}\Omega$ (boîte à décades).
 L'inductance L est obtenue à partir d'une boîte à décades ou d'une bobine à pot de ferrite.



1.1 Observation des différents régimes :

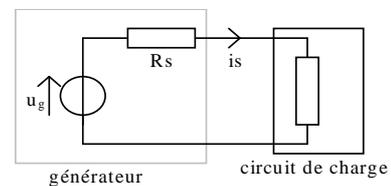
On réglera la fréquence du G.B.F. à une valeur suffisamment faible pour observer les courbes sans chevauchement ni perte de place : la période des créneaux doit permettre l'étalement de quelques pseudo-périodes (lorsque le régime est pseudo-périodique), c'est à dire que la période du G.B.F. sera choisie nettement supérieure à la pseudo-période du circuit.

Observer et relever l'évolution de la réponse selon les différentes valeurs de R proposées.

Remarque importante :

Le G.B.F. peut se représenter selon le modèle de Thévenin comme un générateur de tension, de résistance de sortie $R_s = 50 \text{ }\Omega$. (voir schéma ci-contre).

Si le G.B.F. débite dans un circuit d'impédance d'entrée relativement faible, la chute de tension consécutive au passage du courant dans R_s peut ne pas être négligeable. Il apparaît alors un comportement du G.B.F. s'écartant notablement du modèle "générateur de tension idéal". Dans le cas présent, l'impédance d'entrée du circuit n'étant pas très grande devant l'impédance de sortie du G.B.F., les oscillations dans le circuit vont se répercuter sur la tension de sortie du G.B.F.



La résistance totale R_{tot} mise en jeu dans le circuit est la somme de R , de la résistance r de la bobine et de la résistance de sortie du générateur $R_s = 50 \text{ }\Omega$.

Mesurer à l'ohmmètre la valeur de r en régime permanent. Evaluer la résistance critique du circuit en introduisant la valeur effective de L indiquée sur le composant. Confronter à son

expression théorique : $R_{totc} = 2\sqrt{\frac{L}{C}}$.

N.B.: La cohérence entre les valeurs expérimentale et théorique ne sera que sommaire, car la détermination expérimentale du régime critique est assez imprécise.

1.2 Etude théorique :

On note u_g la f.é.m. du générateur. Etablir l'équation différentielle entrée / sortie du circuit RLC en sortie sur le résistor de résistance R :

$$u_s'' + \frac{\omega_o}{Q} u_s' + \omega_o^2 u_s = u_g'' + 2\alpha\omega_o u_g' + \omega_o^2 u_g = \frac{\omega_o}{Q} \frac{R}{R_{tot}} u_g'$$

et expliciter la pulsation propre ω_0 , le facteur de qualité Q et le coefficient d'amortissement α en fonction de L , C et R_{tot} (R_{tot} représente l'ensemble des effets résistifs dans le circuit).

Montrer que la résistance critique est : $R_c = 2\sqrt{\frac{L}{C}}$.

En régime pseudo périodique, la solution $u_s(t)$ s'écrit : $u_s(t) = U_o \cdot e^{-\frac{\omega_o t}{2Q}} \sin \omega t = U_o \cdot e^{-t/\tau} \sin \omega t$

avec pour pseudo-pulsation : $\omega = \omega_o \sqrt{1 - \frac{1}{4Q^2}}$.

Exprimer le décrement logarithmique δ défini par : $\delta = \frac{1}{n} \ln \frac{u_s(t)}{u_s(t+nT)}$ en fonction de Q

uniquement en faisant des approximations justifiées, et montrer que δ est le rapport du temps de relaxation à la pseudo période T : $\delta = T / \tau$.

Expliciter le temps de relation τ en fonction de L et R_{tot} .

1.3 Etude de l'amortissement. Mesure du facteur de qualité :

La valeur de R est fixée à 50Ω . (régime pseudo-périodique). Mesurer les amplitudes A_n de 5 maxima successifs de $u_s(t)$ à l'aide des curseurs de l'oscilloscope.

Evaluer δ à partir des deux premiers maxima. En déduire Q . On vérifiera que le facteur de qualité a une valeur suffisante pour considérer que $\omega = \omega_o \sqrt{1 - \frac{1}{4Q^2}} \approx \omega_o$ (à 0,3 % près).

Evaluer l'inductance L de la bobine à partir de la mesure de la pseudo période T .

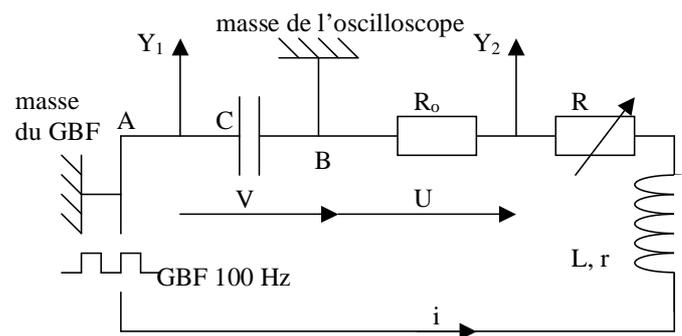
Tracer le graphe : $\ln A_n = f(t_n)$ où t_n est l'instant correspondant au passage par le maximum de rang n . Exploiter ce graphe pour déterminer le temps de relaxation τ .

Vérifier la cohérence du résultat obtenu avec les valeurs de δ et Q précédemment mesurées. Confronter ces résultats aux valeurs théoriques de Q , δ et τ calculées à partir des valeurs de R_{tot} , L et C .

1.4 Observation simultanée de l'intensité et de la tension pour un dipôle :

On veut dans un premier temps observer en même temps la tension $V(t)$ aux bornes du condensateur et l'intensité $i(t)$ qui le traverse, dans un circuit RLC série.

Le montage proposé est représenté ci-contre.



$R_o = 50 \Omega$; R variable ; $L = 50 \text{ mH}$, $C = 0,1 \mu\text{F}$.

A priori, on peut accéder à une observation de $i(t)$ en prélevant la tension $U = R_o \cdot i(t)$ à l'aide de l'oscilloscope, R_o étant connue et fixée. La résistance variable R a pour rôle de faire varier à volonté la résistance totale du circuit, indépendamment de R_o .

On veut aussi observer la tension V sur le condensateur. Expliquer en quelques mots pourquoi le montage ci-dessus ne permet pas l'observation voulue.

Pour des raisons de sécurité, on ne peut supprimer la liaison de la masse du générateur et de l'oscilloscope à la prise de terre du secteur. C'est pourquoi on devra employer une *sonde différentielle*. (voir explication plus bas).

(à lire) Sécurité des appareils électriques :

La manipulation des appareils électrique implique le respect de certaines règles de sécurité. On distingue deux types d'appareils :

- les appareils avec prise de terre,
- les appareils à double isolement, identifiés par le symbole : 

dont la conception est telle qu'il est impossible qu'un fil conducteur puisse entrer en contact accidentellement avec l'utilisateur.

La mise à la terre consiste à relier à une prise de terre, par un fil conducteur, les masses métalliques qui risquent d'être mises accidentellement en contact avec le courant électrique par suite d'un défaut d'isolement dans un appareil électrique.

D'une part, la mise à la terre permet d'écouler les courants de fuites de faible intensité sans danger (un isolement n'est jamais parfait).

D'autre part, en association avec un disjoncteur différentiel (dispositif de coupure automatique de l'installation en cas de différence trop importante entre les intensités d'entrée et de retour du réseau, révélant une fuite de courant hors du réseau), la prise de terre assure la mise hors tension de l'installation électrique lorsque le courant de fuite dépasse une certaine valeur (au laboratoire 30 mA).

Rappelons qu'une électrocution peut devenir mortelle à partir d'une intensité traversant la victime de l'ordre de 100 mA ...

Court circuit par les masses.

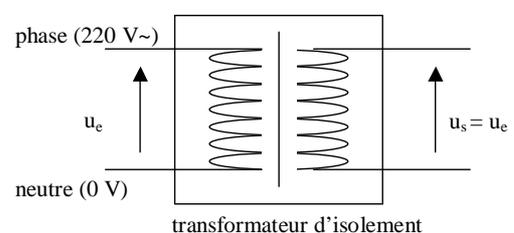
Même si le générateur (G.B.F.) produit un signal alternatif, les deux bornes de sortie ne sont pas interchangeables. En effet, l'une de ces bornes, dite "borne de masse", noire en général, est reliée à la carcasse métallique de l'appareil et à la prise de terre EDF; il en est de même pour un oscilloscope, ainsi que pour de nombreux appareils.

Il est donc impératif que les masses des différents appareils soient reliées entre elles sous peine de court-circuiter un composant du montage par l'intermédiaire de la terre EDF.

Certains circuits, comme celui envisagé dans cette partie du TP, interdisent, de par leur structure, et afin de ne pas court-circuiter de composant, qu'on relie certaines bornes de masse entre elles.

Il est alors possible d'utiliser un transformateur d'isolement, qui placé par exemple entre la prise EDF et le GBF, réalise une jonction magnétique par induction sans lien physique.

Le GBF impose alors une d.d.p. entre ses bornes de sortie sans qu'aucun potentiel ne soit fixé sur une borne, en particulier pas la référence de potentiel que constitue la terre EDF (sortie flottante).



L'emploi de ce transformateur dans ces conditions présente un danger : le générateur est alors désolidarisé de la mise à la terre. Il est donc interdit d'isoler le matériel de mesure ou le G.B.F. par l'utilisation d'un transformateur d'isolement entre la prise secteur et un appareil.

A la limite, un transformateur d'isolement peut être inséré entre la sortie du G.B.F. et le circuit qu'il alimente, mais la liaison par transformateur introduit des non linéarités préjudiciables à la qualité des signaux.

La sonde différentielle :

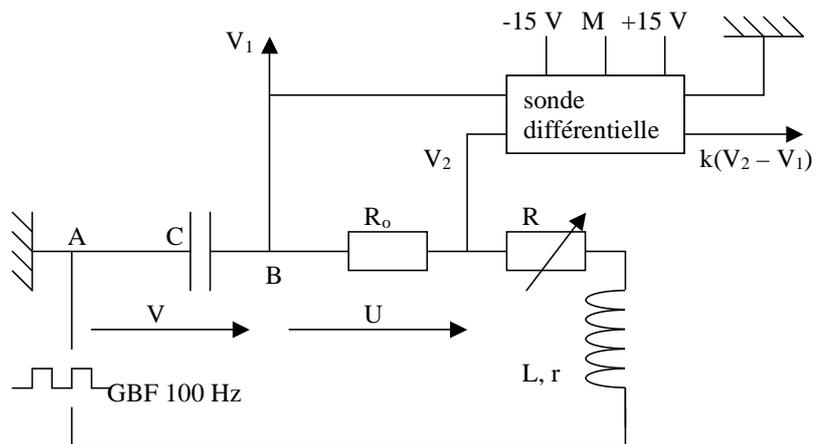
Un schéma de principe est proposé en annexe

Cette solution est préférable. Elle consiste à utiliser une sonde différentielle qui, connectée sur une voie de l'oscilloscope, permettra de visualiser une différence de potentiel entre deux points d'un circuit sans que l'usage de cet instrument de mesure n'introduise une borne de masse supplémentaire dans le circuit étudié. (Voir schéma ci-dessous).

Remarque importante :

Le fonctionnement de cet appareil repose sur l'utilisation d'ampli opérationnels.

Il devra donc être connecté à l'alimentation $-15V/+15V$ (connectique XLR 3 broches) **avant toute mesure.**



$$R_0 = 50 \Omega ; R \text{ variable} ; L = 50 \text{ mH} , C = 1,0 \mu\text{F}.$$

On obtient en sortie de la sonde différentielle : $V_s = k(V_2 - V_1)$ avec $k = 1,0$ ou $k = 1/50$ suivant la position de l'atténuateur. (V_2 , notée +, borne bleue ; V_1 , notée -, borne blanche).

Observer les deux tensions V et U en fonction du temps (mode bi-courbe). Relever les courbes obtenues, et faire varier R de façon à obtenir successivement les régimes pseudo-périodiques, critique et apériodique.

Portrait de phase :

Etablir le portrait de phase d'un système consiste à tracer une grandeur caractéristique du système en fonction de sa dérivée par rapport au temps.

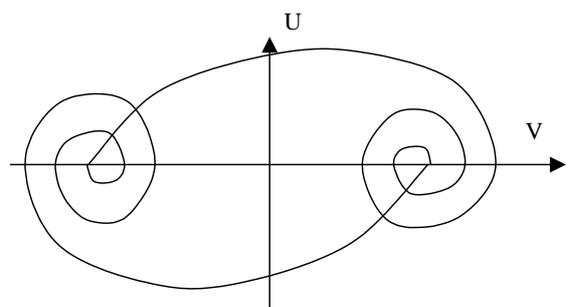
Sur l'exemple du circuit (R, L, C) série : on prélève la tension V aux bornes du condensateur C et la tension U aux bornes de la résistance R_0 à l'aide de la sonde différentielle.

$$\text{On a donc } U = R_0 C \frac{dV}{dt}.$$

En position XY, on observe V et sa dérivée (au coefficient constant $R_0 C$ près) comme sur le graphe ci-contre.

On observe en fait deux portraits de phase superposés, l'un correspondant au front montant du GBF, et l'autre au front descendant.

Que se passe-t-il quand on modifie la valeur de R ? Interpréter.



2°) Le régime forcé : réponse fréquentielle ; résonance de courant.

On revient au circuit RLC série en sortie sur R dont le schéma figure en page 1. Modifier les valeurs des constantes électriques : $L = 50 \text{ mH}$ ou 60 mH , $C = 22 \text{ nF}$ et $R = 1,0 \text{ k}\Omega$.

La résistance interne de la bobine à pot de ferrite dépend de la fréquence d'utilisation. En régime permanent (soit à la fréquence $f = 0$) $r = 10 \Omega$, mais à la fréquence de résonance f_r du circuit envisagé, $r \approx 90 \Omega$. Que vaut la résistance totale R_{tot} du circuit ?

2.1 Etude théorique :

Le montage envisagé comporte une résistance R suffisamment forte pour que la résistance interne R_S du générateur soit négligeable. En effet, l'intensité $i(t)$ débitée par le générateur sera alors faible et par conséquent, la chute de tension $-R_S \cdot i$ sera négligeable devant les autres tensions du circuit. On peut alors confondre la tension $u_e(t)$ en sortie du générateur avec la f.é.m. $u_g(t)$ d'une source idéale de tension sinusoïdale.

A $u_e(t) = U_e \cdot \cos \omega t$ on associe la grandeur complexe $\underline{u}_e = U_e \cdot \exp(j\omega t)$ telle que $\text{Re}(\underline{u}_e) = u_e(t)$.

On introduit de même les notations complexes $\underline{u}_s = U_s \cdot \exp(j\omega t) \cdot \exp(j\varphi)$

et $\underline{i} = I \cdot \exp(j\omega t) \cdot \exp(j\phi)$ faisant intervenir les amplitudes respectives I et U_s de l'intensité traversant le circuit et de la tension aux bornes du résistor R ainsi que la phase à l'origine φ .

Expliciter les relations courant-tension pour chaque dipôle. Ecrire la loi de maille en notation complexe. En déduire l'expression du transfert complexe $H(j\omega) = \underline{u}_s / \underline{u}_e$ du montage :

$$H(j\omega) = \frac{\underline{u}_s}{\underline{u}_e} = \frac{R}{R_{\text{tot}} + j\left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)} = \frac{H_o}{1 + jQ(x - 1/x)}$$

et identifier les quantités H_o , Q et x intervenant dans sa forme canonique.

Justifier que pour une pulsation $\omega = \omega_0 = 1/\sqrt{LC}$, le module de $H(j\omega)$ passe par un maximum.

2.2 Etude expérimentale :

Appliquer à l'entrée du circuit un signal sinusoïdal. En balayant manuellement en fréquence, observer à l'oscilloscope les variations de l'intensité $I = U_s / R$. Conclusion ? Observer à différentes fréquences la phase de l'intensité par rapport à la tension aux bornes du circuit. Quand le circuit a-t-il un comportement capacitif (retard de u_e par rapport à i), un comportement inductif (avance de u_e par rapport à i) ?

Utiliser l'oscilloscope en mode XY pour repérer avec précision la fréquence de résonance f_r ; la comparer avec la valeur calculée théoriquement. En déduire la valeur effective de l'inductance de la bobine (on n'accordera pas une confiance excessive aux valeurs marquées sur les bobines...). Faire un relevé de la courbe de résonance représentant l'intensité efficace I en fonction de la fréquence f imposée au circuit par le générateur. (Selon le temps, on réalisera 6 à 10 points de mesure, convenablement répartis autour de la résonance).

Déterminer la bande passante à -3 dB : aux fréquences limites de la bande, l'intensité a pour valeur efficace : $I = \frac{I_{\text{rés}}}{\sqrt{2}}$, où $I_{\text{rés}}$ est la valeur efficace de l'intensité à la résonance. Comparer la

valeur expérimentale de la largeur de bande passante à sa valeur théorique : $\Delta f = \frac{R_{\text{tot}}}{2\pi L}$.

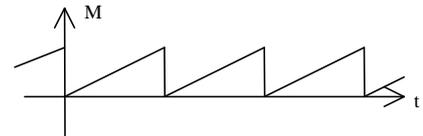
Calculer le facteur de qualité Q du circuit par la relation : $Q = f_r / \Delta f$ et comparer à la valeur théorique de Q : $Q = \frac{1}{R_{\text{tot}}} \sqrt{\frac{L}{C}}$

Remarque : Les fonctions automatisées des oscilloscopes numériques seront mises à profit (mesure de la fréquence, des tensions, des déphasages...).

Observation de la réponse fréquentielle par modulation de fréquence :

On se propose maintenant de visualiser directement sur l'oscilloscope la courbe de résonance du circuit. Pour ce faire, on utilise la fonction de **modulation de fréquence** des générateurs de fonctions ou **wobulation** (se reporter si besoin à la notice du G.B.F.). Cette fonction permet de générer en sortie de G.B.F. non plus un signal sinusoïdal de pulsation fixée ω_0 , mais un signal dont la pulsation ω évolue linéairement dans le temps sur une plage de pulsations $[\omega_0 ; \omega_0 + \Delta\omega]$ et à un rythme définis par l'utilisateur.

Ce fonctionnement est réalisé par l'intermédiaire d'une tension de commande de modulation $M(t)$ dont le graphe est constitué de rampes linéaires successives.



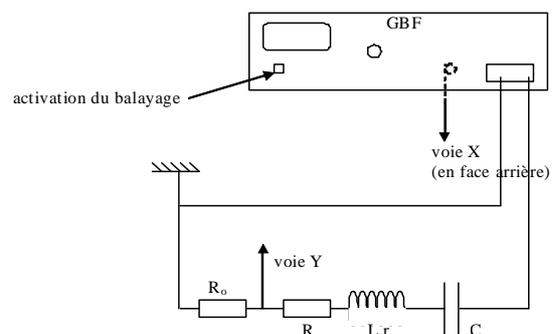
$M(t)$ étant récupérable sur une fiche B.N.C. du G.B.F., on dispose donc d'une grandeur proportionnelle à la pulsation instantanée du signal de sortie délivré par le G.B.F.

On reprend le montage du 1°) (en utilisant un signal sinusoïdal à la place du signal créneau) en intercalant une résistance R_0 de quelques dizaines d'ohms (boîte AOIP) entre R et la masse. En prélevant la tension aux bornes de R_0 , on dispose d'une grandeur proportionnelle à l'intensité parcourant le circuit.

On fixe la capacité C à la valeur de 1,0 nF. L est maintenue à 50 mH ou 60 mH.
Calculer la fréquence de résonance théorique du circuit RLC.

L'oscilloscope est utilisé en mode XY. La tension de commande de modulation est envoyée en voie 1 (X) de l'oscilloscope à partir d'une fiche BNC présente sur le GBF (à l'arrière du G.B.F., borne SWEEP OUT). La tension aux bornes de R_0 est envoyée en voie 2 (Y).

Activer la wobulation. Pour avoir une observation satisfaisante, régler la plage de fréquence balayée (F MAX, pour la fréquence maximale) et la vitesse de balayage (SW. FREQ. pour sweep frequency). SW. FREQ. règle la pente des rampes du signal $M(t)$.



La plage de fréquence balayée est comprise entre la valeur de fréquence réglée et la valeur définie par la commande F. MAX. Elle doit contenir la fréquence de résonance du circuit. Pour ce, régler la fréquence du G.B.F à environ 20 kHz.

activation du balayage (wobulation)



réglage de la fréquence

SW.FREQ.

F. MAX.

Observer d'abord en mode bi-courbe, puis régler l'oscilloscope pour obtenir la courbe de résonance, qui apparaît en mode XY.

Relever la courbe obtenue et expliquer son allure. Observer l'influence de R et C.

Justifier l'utilité de R_0 .

N.B. : La bobine employée est dotée d'une résistance interne r dont la valeur évolue lorsque l'on fait varier celle de l'inductance. L'examen de l'influence des variations de L est donc délicat, car on a conjointement variation de la résistance totale du circuit lorsque l'on change la valeur de L .

3°) Mesure de puissances :

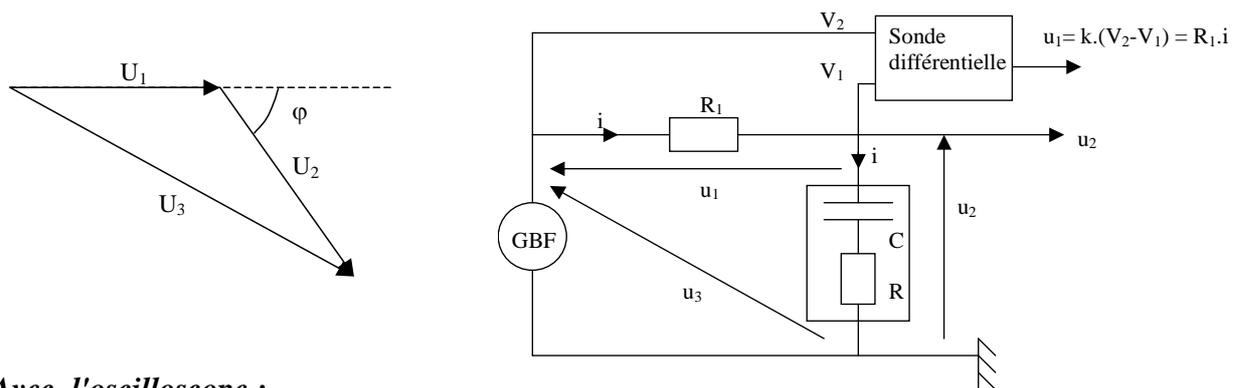
La puissance moyenne reçue en régime sinusoïdal forcé par un dipôle s'écrit : $P = U.I.\cos\varphi$.

Il faut donc toujours trois mesures pour obtenir une puissance : tension efficace U , intensité efficace I , phase φ ou trois tensions U_1, U_2, U_3 par la méthode dite "des trois voltmètres".

On va ici déterminer la puissance dissipée dans un dipôle figuré par l'association série d'un résistor de résistance de $R = 1,0 \text{ k}\Omega$ et d'un condensateur de capacité $C = 0,10 \mu\text{F}$.

(Voir schéma du circuit ci-dessous).

On utilise une résistance annexe $R_1 = 1,0 \text{ k}\Omega$ et on alimente l'ensemble avec un GBF. Sa fréquence est réglée pour obtenir une phase φ aux environs de $\frac{\pi}{4}$ (45°), de façon à ce qu'elle soit mesurée avec une bonne précision.



Avec l'oscilloscope :

$P = U_2 I \cos\varphi$ se calcule à partir des valeurs mesurées pour U_2 , $I = (U_1 / R_1)$ et φ .

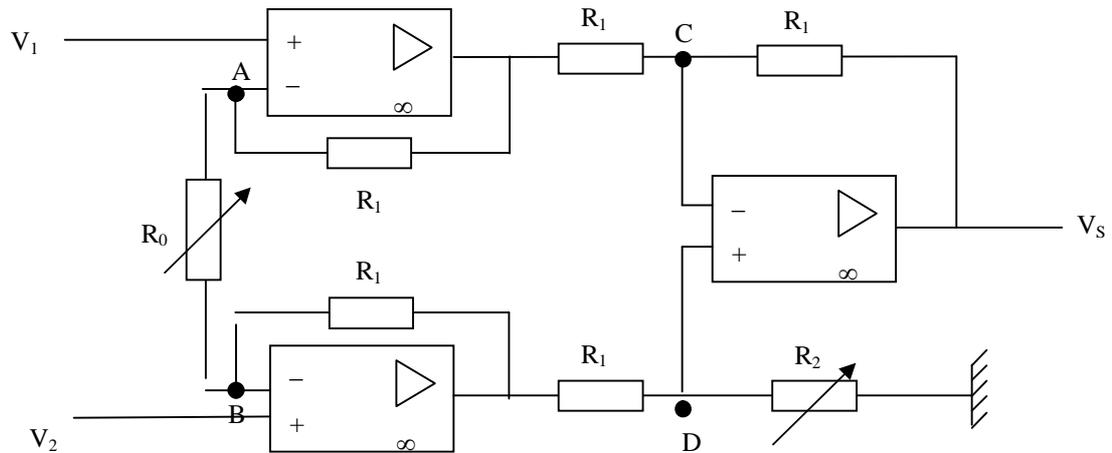
Par la méthode des trois voltmètres :

En s'appuyant sur la représentation de Fresnel, on établit d'après le théorème d'Al Kaschi (théorème de Pythagore généralisé) : $U_3^2 = U_1^2 + U_2^2 + 2 U_1 U_2 \cos\varphi$

d'où :
$$\cos\varphi = \frac{U_3^2 - U_1^2 - U_2^2}{2U_1U_2}$$

Or : $P = U_2 I \cos\varphi$ avec $U_1 = R_1.I$; on tire finalement :
$$P = \frac{U_3^2 - U_1^2 - U_2^2}{2R_1}$$

Comparer les résultats des deux méthodes. Mesurer les valeurs efficaces au multimètre U_1, U_2, U_3 pour la première méthode ; mesurer les valeurs efficaces U_2, I et le déphasage φ au moyen de l'oscilloscope pour la seconde.

Annexe : principe de la sonde différentielle

On peut montrer qu'en appliquant successivement le théorème de Millman aux points A, B, C et D, on obtient pour expression de la tension de sortie du dispositif :

$$V_s = A V_2 - B V_1 \text{ avec } A = \frac{2R_2}{R_1 + R_2} \frac{R_o + R_1}{R_o} + \frac{R_1}{R_o} \text{ et } B = \frac{2R_1 R_2}{R_o (R_1 + R_2)} + \frac{R_o + R_1}{R_o}.$$

En effectuant le changement de variables $e_d = V_2 - V_1$ et $e_{mc} = \frac{V_1 + V_2}{2}$, on peut montrer

que la tension de sortie s'écrit sous la forme $V_s = G_d e_d + G_{mc} e_{mc}$;

Avec pour gain différentiel : $G_d = (A + B)/2$,

et gain en mode commun $G_{mc} = A - B$.

La valeur à laquelle il faut ajuster la résistance R_2 de façon à réaliser l'opération souhaitée :

$$V_s = k (V_2 - V_1) = G_d (V_2 - V_1)$$

sera telle que $A = B$, soit : $R_1 = R_2$.

Le gain différentiel aura alors pour valeur : $G_d = 1 + 2R_1/R_o$.