

OSCILLATIONS MECANIQUES

Ce TP est constitué de trois parties indépendantes qui peuvent être réalisées dans un ordre indifférent. Chacun des trois binômes effectuant ce TP consacra une heure et vingt minutes à chacune des parties et effectuera une permutation circulaire avec les autres binômes à l'issue de ce temps.

Des éléments sur la théorie des systèmes en rotation sont donnés en annexe à la fin de l'énoncé du TP, en pages 5 et 6.

I Oscillations libres d'un pendule pesant

1) Etude théorique

Le système étudié est un pendule pesant régi en l'absence de frottements par l'équation différentielle suivante obtenue à partir du théorème du moment cinétique (égalité entre la dérivée par rapport au temps du moment cinétique et le moment du poids) :

$$J \ddot{\theta} = - M g a \sin \theta$$

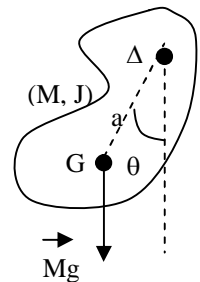
où θ est l'angle fait par le pendule avec la verticale, J son moment d'inertie par rapport à l'axe Δ de rotation (en kg.m^2), M sa masse, g l'accélération de la pesanteur et a la distance séparant son centre d'inertie de l'axe de rotation.

Dans le cas de petites oscillations ($\sin \theta \approx \theta$), l'équation du mouvement s'écrit sous la forme canonique :

$$\ddot{\theta} + \omega_o^2 \theta = 0 \quad \text{avec} \quad \omega_o^2 = \frac{Mga}{J}.$$

Le mouvement est alors harmonique de période $T_o = \frac{2\pi}{\omega_o} = 2\pi \sqrt{\frac{J}{Mga}}$: $\theta = \theta_o \cos(\omega_o t + \varphi)$.

Cette période T_o est indépendante de l'amplitude θ_o des oscillations ; on dit qu'il y a **isochronisme** des petites oscillations. Pour des oscillations de grande amplitude, la période dépend de cette amplitude, et augmente avec elle.



2) Oscillations non amorties

On utilise dans un premier temps le système constitué par une masse accrochée à l'extrémité d'un fil, ce dernier étant fixé sur une potence munie d'un rapporteur.

A l'aide d'un chronomètre, déterminer la période T des oscillations pour une amplitude initiale θ_o allant de 5° à 20° par pas de 5° , puis ensuite de 30° à 70° par pas de 10° . Pour une bonne précision, on mesurera en fait 5 ou 10 périodes.

Tracer la courbe $T(\theta_o)$. Vérifier l'isochronisme des petites oscillations et qu'ensuite la période augmente avec l'amplitude.

3) Oscillations avec amortissement fluide

On utilise maintenant le pendule constitué par une tige métallique munie d'une surcharge, d'une ailette et d'un capteur.

L'interfaçage au niveau de l'oscillateur est réalisé par un dispositif à effet Hall (aussi utilisé dans le TP d'électromagnétisme pour la mesure des champs magnétiques ; voir le cours pour plus de détails) : des aimants permanents solidaires du pendule se déplacent par rapport à l'élément détecteur semi-conducteur situé à l'intérieur de la tige horizontale faisant office d'axe de rotation pour le pendule. On recueille alors une tension de Hall, fonction de l'angle θ que fait le pendule avec la verticale (relation de proportionnalité pour des angles pas trop grands). Ce dispositif est alimenté par un générateur délivrant une tension continue égale à 12 V.

L'enregistrement des oscillations est effectué par le logiciel SYNCHRONIE par l'intermédiaire de la carte d'acquisition (entrée EA0).

On travaillera avec une surcharge d'environ 1 kg placée à une distance de l'extrémité inférieure de la tige égale à un quart de sa longueur totale. L'amortissement fluide est produit par une ailette placée sous la surcharge en bas de la tige et orientée perpendiculairement au déplacement de cette dernière.

L'équation différentielle devient alors : $J \ddot{\theta} = - M g a \sin \theta - k \dot{\theta}$, ce qui donne encore sous forme canonique :

$$\ddot{\theta} + \frac{\omega_o}{Q} \dot{\theta} + \omega_o^2 \theta = 0.$$

Sa solution est de la forme : $\theta = \theta_0 e^{-\lambda t} \cos(\omega_0 t + \varphi)$ en posant $2\lambda = \frac{\omega_0}{Q}$.

S'assurer que la tension recueillie est nulle lorsque le pendule est à l'équilibre. Dans le cas contraire, faire pivoter la tige horizontale faisant office d'axe de rotation du pendule jusqu'à l'obtention d'une tension quasiment nulle à l'équilibre.

Enregistrer les oscillations amorties pendant 120 s. Observer le caractère non rectiligne de la décroissance de l'enveloppe des oscillations.

Enregistrer les oscillations amorties pendant 30 s.

Remplir un tableau concernant les maxima de la courbe sur une dizaine de périodes : temps t_n auquel ils ont été obtenus, valeur de la tension U_n et enfin $\ln U_n$.

Tracer la courbe $\ln U_n = f(t_n)$ et effectuer une régression linéaire afin d'obtenir le coefficient directeur de cette droite. En déduire la valeur du coefficient d'amortissement λ .

En utilisant la fonction "modélisation" du menu "Traitements" du logiciel, montrer la validité de l'équation donnée ci-dessus pour $\theta(t)$ en comparant la courbe expérimentale et la modélisation. On indiquera alors les valeurs numériques adéquates de U_0 (tension correspondant à θ_0), λ , ω_0 et φ . Comparer la valeur de λ avec celle précédemment obtenue.

II Oscillations libres d'un pendule de torsion

1) Oscillations non amorties

Le système est constitué par un pendule de torsion. L'enregistrement des oscillations est effectué par l'oscilloscope numérique (balayage très lent).

L'interfaçage au niveau de l'oscillateur est réalisé par un montage potentiométrique conformément au schéma électrique ci-contre. Une cuve circulaire contient une solution conductrice dans laquelle plongent quatre électrodes. On maintient une d.d.p. entre les deux extrémités de cette cuve grâce à un générateur de tension continue (environ 10 V). On prélève une tension proportionnelle à l'angle de rotation du pendule par rapport à sa position de repos entre une électrode fixe et une autre mobile solidaire de l'axe du pendule (on réglera l'appareil pour qu'il en soit ainsi).

On veillera à ce que le système introduisant un frottement solide (lame frottant sur l'axe de rotation) ne soit pas en action.

On veillera de plus à limiter le courant délivré par l'alimentation stabilisée de façon à éviter l'électrolyse de la solution. A cet effet, on réglera d'abord la tension à la valeur voulue à l'aide du bouton correspondant, puis on réglera la valeur de l'intensité à son minimum avec l'autre bouton (moment du passage d'un régime à l'autre de l'alimentation indiqué par le basculement des diodes électroluminescentes).

Le système est régi en l'absence de frottements par l'équation différentielle suivante obtenue à partir du théorème du moment cinétique (égalité entre la dérivée par rapport au temps du moment cinétique et le moment de rappel dû au fil de torsion) :

$$J \ddot{\theta} = -C \theta$$

où θ est l'angle fait par le pendule par rapport à sa position de repos, J le moment d'inertie du pendule par rapport à l'axe de rotation (en kg.m^2) et C la constante de torsion du fil (en N.m). Il oscille donc à la pulsation $\omega = \sqrt{\frac{C}{J}}$.

* Enregistrer les oscillations avec un moment d'inertie maximum J_1 (masselottes d'environ 500 g placées symétriquement à l'extrémité de la barre soit à une distance r_1 de l'axe de rotation). En déduire la période T_1 des oscillations (on mesurera l'intervalle de temps correspondant à dix périodes pour une détermination précise).

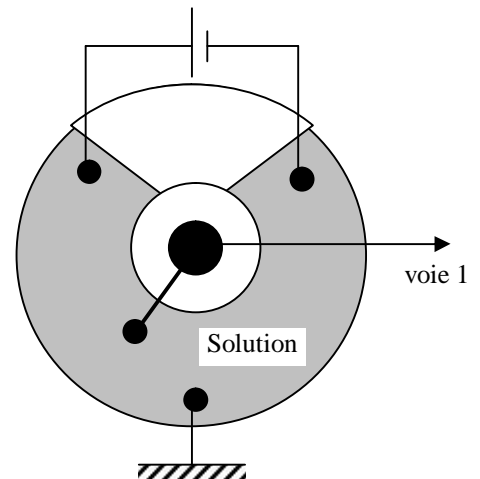
Mesurer de même la période T_2 correspondant à un moment d'inertie J_2 plus faible (distance r_2 d'environ 15 cm).

Mesurer de même la période T_0 correspondant au moment d'inertie minimum J_0 (pas de surcharges sur la barre).

Mesurer la masse m_0 d'une masselotte.

L'addition des moments d'inertie donne avec $i = 1$ ou 2 : $J_i = J_0 + 2 J_G + 2 m_0 r_i^2$.

J_G est le moment d'inertie d'une masselotte par rapport à un axe passant par son centre d'inertie G et parallèle à l'axe de rotation du pendule, m_0 est sa masse et r_i la distance qui sépare G de l'axe de rotation du pendule.



Déduire de la mesure des trois périodes précédentes (T_1 , T_2 et T_0) l'expression de la constante de torsion C du fil en fonction de m_0 , r_1 , r_2 , T_1 , T_2 ainsi que celle du moment d'inertie J_0 du pendule sans les surcharges en fonction de T_0 , T_1 ,

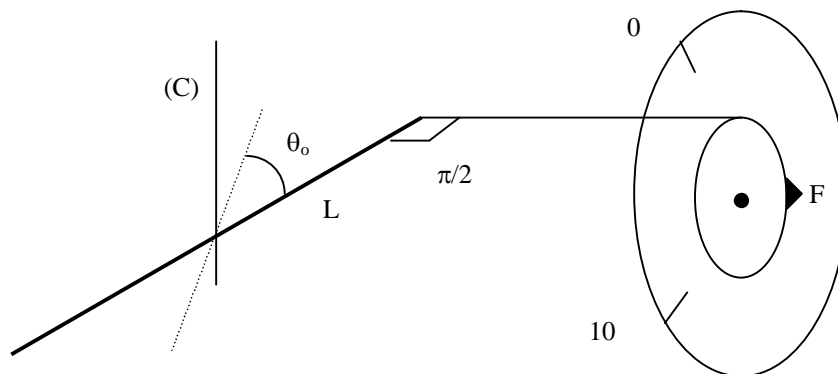
T_2 , r_1 , r_2 et m_0 .

Donner les valeurs numériques de C et de J_0 .

* Vérifier la valeur obtenue pour J_0 en la comparant à une estimation théorique : $J_0 = \frac{ML^2}{12}$ où M est la masse de la barre

et L sa longueur totale (on donne la masse volumique de l'acier : $\rho = 7,83 \text{ g.cm}^{-3}$). Pour une détermination précise du diamètre de la barre, on utilisera le pied à coulisse fourni (pour le principe du vernier, on se reportera le cas échéant au TP-cours sur le goniomètre).

* Vérifier la valeur obtenue pour C par la méthode dynamique en la comparant à celle obtenue par une méthode statique :
A l'aide d'un dynamomètre, on écarte le pendule de sa position d'équilibre initiale. On veillera à ce que le fil du dynamomètre soit dans le plan horizontal et perpendiculaire à la barre du pendule, à ce qu'il soit enroulé d'au moins un tour sur la poulie de l'appareil et enfin qu'il en sorte entre les graduations 10 et 0 conformément à l'indication portée sur celui-ci.



A partir de la mesure de la force F exercée sur la barre du pendule fournie par le dynamomètre, de la distance L séparant le point d'application de cette force de l'axe du pendule (demi-longueur de la barre), déterminer C en mesurant l'angle θ_0 dont a tourné le pendule par rapport à sa position d'équilibre initiale. Le théorème du moment cinétique appliqué dans la position d'équilibre finale donne alors $F.L = C \theta_0$. En déduire la valeur de C (θ_0 en radian) et la comparer à celle précédemment obtenue. Comparer les incertitudes sur C dues à chacune des deux méthodes :

En particulier, on montrera que $\frac{\Delta C}{C} = \frac{\Delta m_0}{m_0} + \frac{2(r_1 + r_2)\Delta r}{r_1^2 - r_2^2} + \frac{2(T_1 + T_2)\Delta T}{T_1^2 - T_2^2}$ pour la première méthode, que

$$\frac{\Delta C}{C} = \frac{\Delta \theta_0}{\theta_0} + \frac{\Delta F}{F} + \frac{\Delta L}{L} \text{ pour la seconde.}$$

On fera les applications numériques et l'on conclura sur la méthode la plus précise en argumentant.

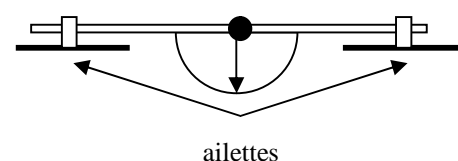
2) Oscillations avec amortissement fluide

On utilisera le pendule sans masselottes.

Introduire le frottement fluide en fixant sur cette dernière des ailettes en carton symétriquement par rapport à l'axe de rotation et perpendiculaires à leurs déplacements.

Observer le caractère exponentiel de la décroissance des oscillations.

En effet, l'équation différentielle du mouvement devient : $J \ddot{\theta} = -C \theta - h \dot{\theta}$



3) Oscillations avec amortissement solide

On ne disposera pas de masselottes sur la barre en rotation et on enlèvera le dispositif précédent donnant le frottement fluide. Introduire le frottement solide par contact de la lame sur l'axe de rotation du pendule de façon à ce qu'il soit maximum.

Le théorème du moment cinétique devient :

$$J \ddot{\theta} = -C \theta + \varepsilon K$$

où K est le coefficient de frottement (constant) et $\varepsilon = \pm 1$ de telle façon que le frottement soit toujours opposé au mouvement.

Montrer que pendant la première demi-période, la solution de cette équation est :

$$\theta = \left(\theta_0 - \frac{K}{C} \right) \cos \omega_0 t + \frac{K}{C} \quad \text{en posant } \omega_0^2 = \frac{C}{J} \text{ et en prenant comme conditions initiales à } t = 0 : \theta = \theta_0 \text{ et } \dot{\theta} = 0.$$

Montrer que pendant la demi-période suivante, la solution est : $\theta = \left(\theta_0 - 3 \frac{K}{C} \right) \cos \omega_0 t - \frac{K}{C}$

et donc que l'amplitude diminue de $4 \frac{K}{C}$ par période.

Remarquer que le frottement solide est sans influence sur la période, contrairement au frottement fluide.

Enregistrer les oscillations amorties. Observer la décroissance affine de l'amplitude des oscillations. En utilisant les curseurs, remplir un tableau concernant les maxima de la courbe : temps t auquel ils ont été obtenus et valeur de la tension U correspondante mesurée à partir de la valeur moyenne du signal. Tracer la courbe $U = f(t)$ donnant la d.d.p. correspondant aux maxima en fonction du temps. Effectuer une régression linéaire afin d'obtenir le coefficient directeur de cette droite en $mV \cdot s^{-1}$. Donner sa valeur en $rad \cdot s^{-1}$ en établissant la correspondance entre l'angle de rotation du pendule et la d.d.p. mesurée par l'interface. En déduire la valeur du coefficient de frottement K .

III Oscillations forcées

Le dispositif est constitué d'un ressort vertical (constante de raideur k) sous lequel est suspendu une masse M . L'extrémité supérieure du ressort est relié par l'intermédiaire d'une ficelle à un excentrique animé par un moteur électrique et permettant d'obtenir une excitation sinusoïdale dont on peut régler la fréquence f en jouant sur la vitesse de rotation du moteur. Un frottement fluide peut être appliqué à la masse oscillante au moyen de disques de diamètre variable dont elle est solidaire et qui se déplacent dans un fluide, ici de l'eau.

1) Etalonnage du ressort

Décrocher de l'extrémité inférieure du ressort la tige solidaire de la masse oscillante. Placer verticalement le long du ressort une grande règle métallique de 1 m qui reposera sur la table et qui sera maintenue à l'aide d'un pied muni d'une pince.

Suspendre successivement sous le ressort des masses m étalonnées échelonnées entre 50 et 250 g. Mesurer à chaque fois l'allongement Δl du ressort (on veillera à éviter des erreurs de parallaxe en mettant bien les yeux dans le même plan horizontal que la graduation lue et que l'index).

Tracer la courbe d'étalonnage du ressort Δl en fonction de m .

En déduire la constante de raideur k du ressort en $N \cdot m^{-1}$ (on prendra $g = 9,81 \text{ m} \cdot s^{-2}$).

La masse du dispositif suspendu à l'extrémité du ressort étant de $M = 118 \text{ g}$, en déduire la fréquence propre f_0 de l'oscillateur.

2) Mesure de la fréquence propre de l'oscillateur

A l'aide d'un chronomètre, déterminer la fréquence propre f_0 de l'oscillateur en le mettant en mouvement dans l'air (frottements négligeables) et en mesurant sa période propre.

Remarques importantes pour une détermination précise de la période :

* On mesurera l'intervalle de temps correspondant à plusieurs périodes.

* Les extrémités de l'intervalle de temps seront prises aux passages à la valeur moyenne (nulle) de l'élongation $x(t)$, c'est à dire lorsque $v = dx/dt$ est maximale, et non aux extrema où au contraire $v = dx/dt = 0$.

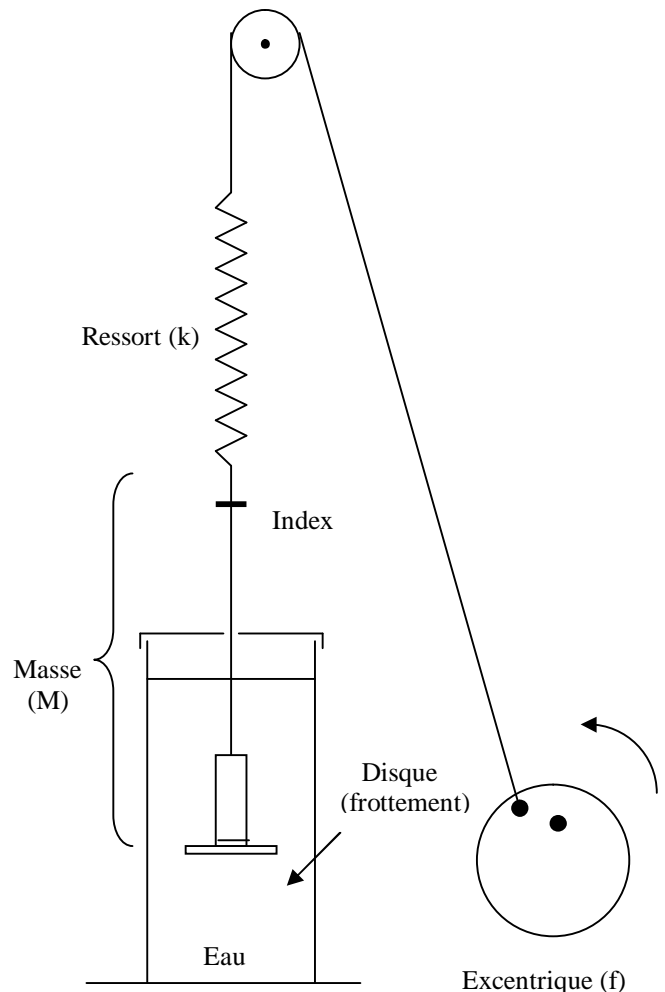
Vérifier que la fréquence f_0 obtenue par cette méthode est compatible avec la valeur précédemment déterminée.

3) Etude de la résonance d'amplitude



Préliminaire théorique :

L'équation différentielle régissant le fonctionnement de l'oscillateur est du type : $\ddot{x} + \frac{\omega_0}{Q} \dot{x} + \omega_0^2 x = \frac{F}{m} \cos \omega t$.



En prenant $x(t) = A \cos \omega t$, vérifier que l'amplitude complexe est donnée par $\underline{A} = \frac{F/m}{\omega_o^2 - \omega^2 + j \frac{\omega_o}{Q} \omega}$ et l'amplitude réelle

par $A = \frac{F/m}{\sqrt{(\omega_o^2 - \omega^2)^2 + \frac{\omega_o^2}{Q^2} \omega^2}}$. La pulsation de résonance vaut alors $\omega_r = \omega_o \sqrt{1 - \frac{1}{2Q^2}}$. Pour un amortissement faible

($Q \gg 1$), on a $\omega_r \approx \omega_o$ et donc l'amplitude à la résonance vaut $A_r \approx \frac{QF}{m\omega_o^2}$.

Etude expérimentale :

Ouvrir le fichier « Simul Oscill » du dossier « PCSI » en « activant les macros ».

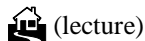
Mettre le système en mouvement dans l'eau.

Pour deux valeurs de l'amortissement (pour deux diamètres du disque : petit et moyen), relever l'amplitude des oscillations A (en fait, on mesure $2A$ correspondant à la différence entre l'élongation maximale et l'élongation minimale) en fonction de la fréquence f de l'excitation. **On remplira partiellement le tableau fourni à l'aide d'une dizaine de mesures régulièrement réparties pour chaque valeur d'amortissement.**

En ajustant les paramètres caractéristiques de la simulation (F/m , f_o , \square) à l'aide des curseurs, superposer au mieux la courbe simulée à la courbe expérimentale. En déduire dans chaque cas la fréquence f_r de résonance. Vérifier, en conformité avec l'étude théorique, qu'elle est inférieure à la fréquence propre de l'oscillateur, et qu'elle est d'autant plus petite que l'amortissement est fort. Déduire aussi le rapport des facteurs de qualité Q .

Observer expérimentalement la valeur du déphasage φ de l'élongation de l'oscillateur par rapport à l'excitation en basse fréquence ($f \ll f_o$) et en haute fréquence ($f \gg f_o$). Comparer aux valeurs théoriques.

On ne modifiera pas le fichier lors de la fermeture.



(lecture)

ANNEXE : compléments théoriques sur les systèmes en rotation autour d'un axe fixe

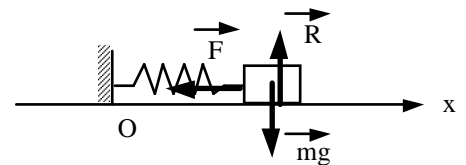
Le TP "Oscillations mécaniques" envisage l'étude de divers systèmes mécaniques pour lesquels le mouvement du mobile consiste en une rotation autour d'un axe fixe. Ce document propose une introduction assez intuitive des grandeurs et équations nécessaires.

1) Oscillateur en mouvement rectiligne (rappel)

Un exemple classique d'oscillateur mécanique, généralement étudié en terminale, consiste en une masse m soumise à l'action d'un ressort de raideur k . (voir schéma ci-contre).

La masse repose sur un support plan horizontal, dont la réaction \vec{R} compense le poids \vec{mg} .

Le ressort exerce la force de tension \vec{F} , d'expression : $\vec{F} = -k x \vec{e}_x$ où x est l'allongement du ressort et k la raideur du ressort, caractéristique dépendant de la géométrie et du matériau constituant le ressort.



On suppose l'absence de frottement du mobile sur le support. Le référentiel d'étude, lié au support est supposé galiléen.

L'équation du mouvement s'obtient par la Relation Fondamentale de la Dynamique : $m \vec{\gamma} = \vec{F} + \vec{R} + \vec{mg}$

soit en projetant sur l'axe Ox : $m \ddot{x} = -k x$

Equation que l'on peut encore écrire : $\ddot{x} + \omega_o^2 x = 0$ avec $\omega_o^2 = k/m$, et dont la résolution, classique, donne :

$x(t) = A \cos(\omega_o t + \varphi)$; A et φ étant des constantes d'intégration définies par les conditions initiales.

Nous allons nous baser sur cet exemple, concernant un mouvement rectiligne (donc à une dimension), pour introduire par analogie les grandeurs et équations permettant l'étude d'un mouvement de rotation d'un objet autour d'un axe fixe.

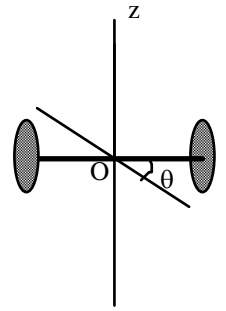
2) Oscillateur en mouvement de rotation autour d'un axe fixe

L'un des oscillateurs étudié dans le TP est représenté ci-contre. Une barre de longueur L et de masse M , portant deux masselotes cylindriques distantes de r de l'axe Oz , est suspendue à un fil de torsion en son milieu O . La position de la barre est repérée par l'angle θ .

Remarquons que, de même que dans le cas précédent, un seul paramètre définit la position du mobile.

La mise en équation du mouvement demande la prise en compte des efforts appliqués au système, en considérant les moments des forces appliquées, et plus exactement les projections de ces moments sur l'axe Oz .

Le moment du poids de l'objet, calculé en O , est nul. (O est confondu avec le centre d'inertie du système barre + masselottes).



Le fil de torsion va exercer un couple dont le moment est proportionnel à l'angle de torsion qui lui est imposé ; ce moment est dirigé selon Oz , et sa projection s'écrit donc $-C\theta$ où C est la constante de torsion, caractéristique du fil. (L'origine des angles a été choisie de façon à ce que θ soit nul lorsque le fil ne subit aucune torsion).

Le terme $-C\theta$ est dans ce problème l'analogue du terme $-kx$ apparu dans l'exemple précédent.

L'équation du mouvement de rotation aura pour expression : $J\ddot{\theta} = -C\theta$

Elle résulte de l'application du théorème du moment cinétique, analogue pour le cas présent à la Relation Fondamentale de la Dynamique utilisée en 1). (Ce théorème est une conséquence de la RFD, comme nous le verrons en cours).

La structure de l'équation du mouvement est donc analogue à l'équation $m\ddot{x} = -kx$.

La quantité $\ddot{\theta}$ est la dérivée seconde du paramètre du mouvement.

La grandeur J rend compte de l'inertie de l'objet en mouvement de rotation, au même titre que la masse m le faisait pour un mouvement de translation. J est nommé moment d'inertie par rapport à l'axe Oz .

De même que l'existence d'une masse m pour un objet traduit la répugnance qu'à cet objet à subir une modification de sa vitesse, l'existence du moment d'inertie J traduit la répugnance de l'objet en rotation à subir une modification de sa vitesse angulaire $\dot{\theta}$. Dans le premier cas cette modification de la quantité de mouvement $m\dot{x}$ est obtenue par l'action d'une force ; dans le second cas la modification du moment cinétique $J\dot{\theta}$ sera due à l'action du moment.

Les expressions des moments d'inertie J sont données dans le fascicule. On remarquera qu'elles font intervenir la masse et la géométrie des objets considérés. Plus exactement, la valeur de J est liée à la répartition des masses dans l'objet.

Dans le cas envisagé (barre + masselottes) le moment d'inertie J sera d'autant plus grand que les masselottes ont une masse importante, mais aussi qu'elles sont placées à une grande distance de l'axe Oz .

3) Prise en compte des frottements, oscillateur amorti

L'introduction de termes de frottement dans l'équation du mouvement va pouvoir s'interpréter, là encore, par analogie.

Pour le mouvement rectiligne, la prise en compte d'un frottement fluide est traduite par une force de frottement d'expression

$-h\dot{x}\vec{e}_x$, proportionnelle au module de la vitesse et qui s'oppose au mouvement (elle est toujours dirigée en sens inverse de la vitesse du mobile).

Dans le cas du mouvement de rotation, c'est un moment de frottement fluide qui est introduit, d'expression $-h\dot{\theta}$ pour sa projection sur l'axe Oz de rotation. Le module de ce moment apparaît proportionnel à la vitesse angulaire $\dot{\theta}$ et s'oppose au mouvement.

On accède ainsi aux équations du mouvement :

$$m\ddot{x} = -kx - h\dot{x} \quad \text{et} \quad J\ddot{\theta} = -C\theta - h\dot{\theta}$$

équations différentielles du second ordre à coefficients constants, formellement identiques.

La résolution de ces équations, mises sous la forme : $\ddot{x} + \frac{h}{m}\dot{x} + \frac{k}{m}x = 0$ et $\ddot{\theta} + \frac{h}{J}\dot{\theta} + \frac{C}{J}\theta = 0$ est classique.

4) Energie cinétique, énergie potentielle, résumé des analogies

Mouvement rectiligne	Mouvement circulaire autour d'un axe fixe
abscisse x	angle θ
vitesse linéaire $v = \dot{x}$	vitesse angulaire $\omega = \dot{\theta}$
masse m	moment d'inertie J
quantité de mouvement $p = mv$	moment cinétique $\sigma = J \omega$
énergie cinétique $E_c = \frac{1}{2} m v^2$	énergie cinétique $E_c = \frac{1}{2} J \omega^2$
force F	moment M
force de frottement : $-h \dot{x}$	moment de frottement : $-h \dot{\theta}$
Relation fondamentale de la dynamique : $\frac{dp}{dt} = m \frac{dv}{dt} = m \ddot{x} = F$	Théorème du moment cinétique : $\frac{d\sigma}{dt} = J \frac{d\omega}{dt} = J \ddot{\theta} = M$
travail élémentaire : $\delta W = F dx$	travail élémentaire : $\delta W = M d\theta$
puissance : $P = F v$	puissance : $P = M \omega$

L'analogie d'un ressort linéaire de raideur k qui exerce une force de rappel $-k x$, où x est l'allongement, est un ressort linéaire de torsion qui, tordu d'un angle θ , exerce un moment de rappel $M = -C \theta$. La constante C est nommée constante de torsion. On a bien dans les deux cas une relation linéaire entre l'élongation et l'effort de rappel. On remarquera aussi l'analogie entre les expressions des énergies potentielles correspondantes.

$F = -k x$	$M = -C \theta$
$E_p = \frac{1}{2} k x^2$	$E_p = \frac{1}{2} C \theta^2$