

Mesure de e/m - Mesures thermodynamiques

Ce TP s'articule en trois parties indépendantes :

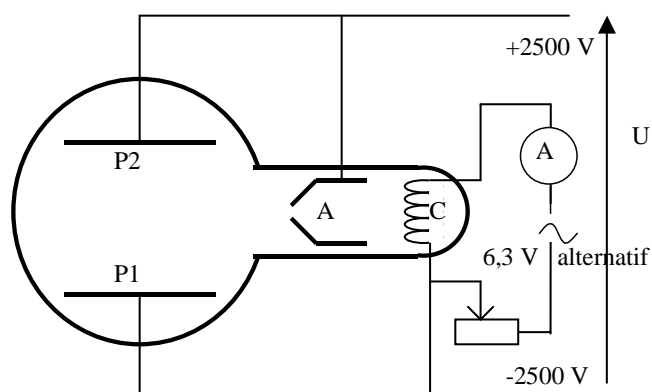
(A) Mesure de la charge massique de l'électron, d'une durée de deux heures, (B) loi de Mariotte et (C) changement d'état liquide-vapeur d'une durée de une heure chacune.

Une permutation adéquate permet à chaque binôme de traiter l'ensemble du TP durant la séance de quatre heures.

A) Mesure de la charge massique de l'électron

On se propose de mesurer le rapport de la charge e de l'électron à sa masse m. Certaines questions théoriques doivent être traitées préalablement au TP (voir II-2° et III-3°).

I Caractéristiques du tube utilisé (Sieber Scientific) :



Le tube est une ampoule de verre dans laquelle on a fait un vide poussé (10^{-7} mmHg $\approx 10^{-5}$ Pa).

A l'intérieur du tube sont disposés :

- Un canon à électrons. La différence de potentiel entre anode et cathode est notée U.
- Une paire de plaques horizontales P₁ et P₂. Une différence de potentiel U identique, appliquée entre ces plaques, crée un champ électrostatique sensiblement uniforme dans la région centrale du tube.
- Une plaque fluorescente permettant de mettre en évidence le faisceau électronique.

A l'extérieur du tube sont disposées deux bobines de Helmholtz. Parcourues par un courant d'intensité I, elles créent dans la région centrale du tube un champ magnétique \vec{B} sensiblement uniforme dont le module est donné par l'expression :

$$B = \frac{32 \pi \sqrt{5}}{25} 10^{-7} \frac{N I}{R} \quad (N = 320 \text{ spires ; } R = 68.10^{-3} \text{ m})$$

II Montages :

DANGER : dans tous les montages, opérer avec beaucoup de précautions. Ne jamais effectuer ou modifier les branchements sans supprimer au préalable la THT (Très Haute Tension) !

On prendra soin de toujours modifier graduellement la valeur de la THT, et de ne pas actionner l'interrupteur correspondant sans avoir préalablement réglé la THT sur son niveau minimal.

Ne pas laisser allumé le générateur trop longtemps, au risque d'un échauffement de l'appareil qui amènerait une mauvaise qualité des mesures. **IL FAUT DONC L'ETEINDRE ENTRE DEUX MESURES.**

Remarque :

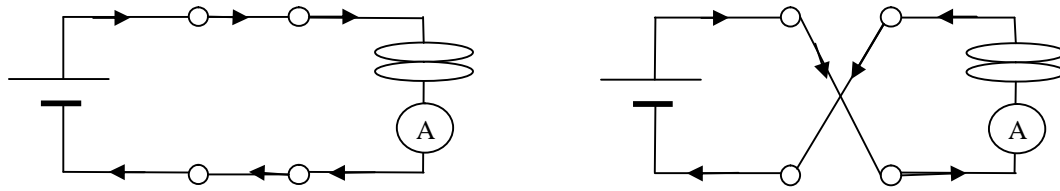
Deux types de fils sont mis à votre disposition : les fils classiques seront employés pour le circuit de chauffage et l'alimentation des bobines de Helmholtz, les fils à haute isolation seront utilisés pour les THT.

Câbler le montage, puis le faire vérifier par le professeur avant d'actionner l'alimentation.

Le montage comporte trois circuits indépendants :

- le circuit permettant le chauffage du filament, constitué d'une association série du filament, d'un générateur de tension alternative 6,3 V, d'un ampèremètre et d'un rhéostat ;
- le circuit à haute tension branché entre anode et cathode du canon à électron ; on branchera éventuellement en dérivation les plaques de déviation ;
- le circuit d'alimentation des bobines de Helmholtz, constitué d'une association série d'une alimentation stabilisée utilisée en générateur de courant, d'un ampèremètre et d'un interrupteur-inverseur destiné à modifier le sens du champ magnétique en inversant le sens du courant alimentant les bobines.

Pour ce on utilise quatre bornes parmi les six disponibles sur l'interrupteur-inverseur, compte tenu du précâblage visible sous sa platine. Le but étant d'obtenir le comportement schématisé ci-dessous, selon la position de l'interrupteur-inverseur.



1°/ Observation du faisceau électronique :

Alimenter le filament du tube (chauffage de la cathode C) à partir de la tension alternative 6,3 V. Placer un rhéostat en résistance variable dans le circuit de chauffage et régler l'intensité i à 1,3 A. Appliquer entre A et C une haute tension (HT) fournie par le bloc d'alimentation. Utiliser les bornes -2500 V et +2500 V.

La mesure de cette haute tension se fait à l'aide d'un voltmètre muni d'une sonde réductrice 5000V/3V : placé sur le calibre 3V, l'appareil indique 100 quand on mesure 5000V. (ou système équivalent).

2°/ Déviation électrostatique :

Etude théorique :

Les électrons sont accélérés par la tension U , acquérant une vitesse v_0 en sortie du canon à électrons. Ils entrent alors dans l'espace situés entre les plaques de déviation, et sont alors soumis à un champ électrique uniforme d'intensité $E = U/d$, U étant la tension imposée aux plaques et d la distance qui les sépare.

- En utilisant le théorème de l'Energie Cinétique, relier la vitesse v_0 acquise par les électrons à la différence de potentiel U à laquelle ils sont soumis en traversant l'espace entre les électrodes accélératrices du canon à électrons.
- Ecrire la Relation Fondamentale de la Dynamique, qui conduit par intégration à l'équation horaire du mouvement, puis en déduire l'équation cartésienne de la trajectoire des électrons entre les plaques de déviation.

Etude expérimentale :

Relier les plaques P_1 et P_2 aux bornes -2500 V et +2500 V du bloc d'alimentation. Observer que la trajectoire des électrons est une parabole. Justifier à partir de l'étude théorique précédente que cette courbe reste invariable quand la tension U varie.

3°/ Déviation magnétique :

Etude théorique :

On envisage le cas d'électrons entrant dans un champ magnétique \vec{B} supposé uniforme avec une vitesse \vec{v} de module v_0 de direction orthogonale à \vec{B} .

Les électrons, de charge $-e$, sont soumis alors à une force magnétique d'expression : $\vec{F} = -e\vec{v} \wedge \vec{B}$.

Justifier que le mouvement des électrons est plan à partir de l'expression de la force magnétique.

Montrer à partir du théorème de l'énergie cinétique que le module v_0 de la vitesse des électrons reste invariant.

Ecrire la Relation Fondamentale de la Dynamique en explicitant l'accélération $\vec{\gamma}$ sur la base de Frenet et en déduire que les

électrons évoluent sur une trajectoire circulaire de rayon $r = \frac{mv_0}{eB}$

Etude expérimentale :

Supprimer la THT entre P_1 et P_2 . Pour s'assurer que le condensateur formé par P_1 et P_2 est et reste déchargé, court-circuiter P_1 et P_2 avec un fil **tenu par l'isolant !** (ce fil est laissé en place pour les mesures qui suivent).

Alimenter les bobines avec un courant de 0,1 à 1 A ; attention à ne pas dépasser 2 A.

Observer et justifier à partir de l'étude théorique précédente que, pour U donné, le rayon r de la trajectoire circulaire des électrons diminue quand I augmente, et que, pour I donné, r croît avec la tension accélératrice U .


III Mesure de la charge massique de l'électron :

1°/ Principe de la mesure :

Les électrons étant introduits ici avec une vitesse initiale orthogonale au champ magnétique produit par les bobines, leur trajectoire sera circulaire. La force magnétique : $\vec{F} = -e\vec{v} \wedge \vec{B}$ a ici pour module $F = e.v.B$.

Par application du théorème de l'énergie cinétique, on a obtenu une relation entre la vitesse des électrons à la sortie du canon et la tension accélératrice U. Par ailleurs, la Relation Fondamentale de la Dynamique a permis d'établir une relation entre cette vitesse, le rayon r de la trajectoire circulaire et le module du champ magnétique B en écrivant.

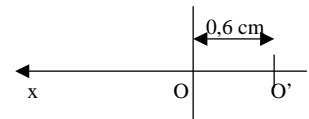
 En éliminant la vitesse entre les deux relations précédentes, obtenir une relation entre le rapport e/m, U, r et B.

 **Evaluation de r :** le point de sortie du canon est voisin de l'origine O du quadrillage tracé sur la plaque fluorescente. La trajectoire circulaire est donc tangente à Ox au voisinage du point O, et elle passe par un point M de coordonnées x, y mesurées sur le quadrillage. En déduire que son rayon est donné par : $r = \frac{x^2 + y^2}{2y}$.

(Cette relation se déduit aisément, pourvu que l'on fasse un schéma !)

Correction : le point de sortie du canon n'est pas exactement en O mais en O' d'abscisse

$x_{O'} = -0,6$ cm. Corriger en conséquence les valeurs de x.



2°/ Mesures :

Donner à I une valeur de 0,2 A ; calculer le champ produit par les bobines : $B = \frac{32 \pi \sqrt{5}}{25} 10^{-7} \frac{N I}{R}$

Donner à U une valeur de 2000 V. Noter l'abscisse x du point de l'arc de cercle dont l'ordonnée est y = 2 cm (on fera sur x la correction signalée plus haut).

Inverser ensuite le sens du courant de 0,2 A dans les bobines, ce qui revient à inverser le sens de l'axe Oy, et noter l'abscisse x du point de l'arc de cercle dont l'ordonnée est y = -2 cm (on fera sur x la correction signalée plus haut).


Prendre la moyenne des deux valeurs trouvées pour x ; en déduire r.

Reprendre les mêmes mesures pour différentes valeurs de U.

3°/ Tableau de résultats :

U	x (1ère valeur)	x (2ème valeur)	x moyen	r	e/m	$\Delta(e/m)$
2000 V						
3000 V						
4000 V						
5000 V						

Préciser les unités.

 Déterminer l'incertitude sur la charge massique e/m. Etablir l'expression de l'incertitude relative sur e/m en fonction de U, I, x, y et des incertitudes correspondantes : $\frac{\Delta(e/m)}{e/m} = \frac{\Delta U}{U} + 2 \frac{\Delta I}{I} + 4x \frac{\Delta x}{x^2 + y^2}$

Justifier le fait que l'incertitude sur y est négligeable.

En déduire un encadrement de la valeur de e/m obtenue expérimentalement pour chaque ligne du tableau. Confronter ces résultats à la valeur de e/m calculée à partir des valeurs tabulées de e et m :

$e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ C $m = 9,1 \cdot 10^{-31}$ kg Conclusion ?

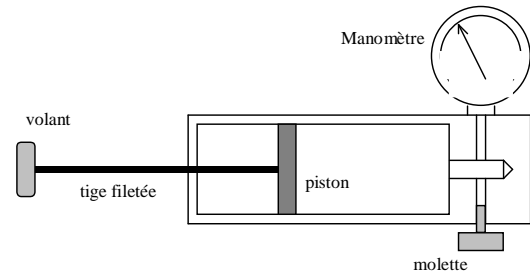
B) Loi de Mariotte : Etude de la loi de Mariotte : $pV = \text{cte}$ à $T = \text{cte}$ **I Description de l'appareillage :**

L'appareil est constitué d'un cylindre de plexiglass dans lequel coulisse un piston, dont le déplacement est commandé par une tige filetée que l'on fait tourner à l'aide d'un volant.

Une molette métallique permet de faire entrer un volume-échantillon d'air dans le cylindre.

La quantité d'air initialement présente dans l'appareil sera celle employée pour toutes les mesures.

Elle vérifie : $v = 2 \text{ div}$ pour $p \approx 1 \text{ bar} = 10 \text{ N/cm}^2$



attention : Le filetage plexiglass / acier étant assez fragile (erreur de conception), on ne manoevrera cette molette sous aucun prétexte. Coût de l'appareillage : environ 300 €.

La mesure du volume du système se fait à l'aide des graduations gravées sur le corps du cylindre. La valeur lue est l'abscisse v de la face interne du piston ; le volume V étant proportionnel à v .

La pression est lue directement sur le manomètre. On interpolera la valeur de p au dixième de bar.

La valeur maximale de pression admissible par le système est de 2,5 bar.

II Exploitation des mesures :

Dresser un tableau comprenant les valeurs de la pression p et du produit $p.v$ pour différentes valeurs de l'abscisse v .

Tracer les courbes isothermes p en fonction de v (diagramme de Clapeyron) et $p.v$ en fonction de p (diagramme d'Amagat). Ce tracé pourra se faire au moyen d'un tableur informatique.

Pour un gaz respectant la loi de Mariotte, La courbe $p.v = f(p)$ attendue théoriquement est une droite horizontale.

On obtient ici une distribution des points de mesures s'organisant le long d'une droite à pente négative : ceci traduit l'existence d'une **erreur systématique**. Cette erreur étant systématique (et non aléatoire), c'est à dire due au processus de mesure et non à l'incertitude sur cette mesure, elle peut être corrigée.

Puisque l'erreur apparaît proportionnelle à p , elle porte sur la lecture de v , et consiste en un décalage d'origine de la valeur de v . En effet, lorsque l'on lit $v = 0$, on doit tenir compte du volume résiduel correspondant à l'extrémité du cylindre et aux conduits de communication de l'appareil avec le manomètre et l'atmosphère.

Déterminer la valeur de correction convenable c telle que : $v_{\text{corr}} = v + c$ amenant des points $p.v_{\text{corr}} = f(p)$ organisés autour d'une horizontale. c s'obtiendra à partir de la pente de la première courbe d'Amagat $p.v = f(p)$. Retracer alors $p.v_{\text{corr}} = f(p)$.

L'erreur systématique ayant été corrigée, les fluctuations résiduelles sur le produit $p.v_{\text{corr}}$ remettent-elles en cause la loi de Mariotte ? Pour ce, évaluer numériquement l'incertitude absolue $\Delta(p.v_{\text{corr}}) = p.\Delta v_{\text{corr}} + v_{\text{corr}}.\Delta p$. Cet intervalle d'incertitude, pour chaque point de mesure, apparaît graphiquement sous forme d'un petit segment vertical.

Le logiciel Excel permet de faire apparaître ces incertitudes : constituer un tableau rassemblant les valeurs des grandeurs v_{corr} , p , $p.v_{\text{corr}}$ et $\Delta = p.\Delta v_{\text{corr}} + v_{\text{corr}}.\Delta p$ en colonnes. Après avoir obtenu le tracé de la courbe $p.v_{\text{corr}} = f(p)$, faire un clic droit sur cette courbe. Choisir alors « format de la série de données » puis « barre d'erreur y » puis personnalisées. Sélectionner alors les valeurs de la colonne Δ en les portant sur les erreurs par excès et par défaut.

Existe-t-il une droite horizontale interceptant tous ces segments ? Conclure quant à la validité de la loi de Mariotte.

III Coefficient de compressibilité isotherme χ_T :

a) *Définition* : C'est l'opposé du rapport de la variation relative de volume sur la variation de pression correspondante, à température fixée : $\chi_T = -\frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial p} \right)_T$ On a donc : $\chi_T = -\frac{1}{v} \left(\frac{\partial v}{\partial p} \right)_T = -\left(\frac{\partial \ln v}{\partial p} \right)_T$

b) *Détermination de χ_T* :

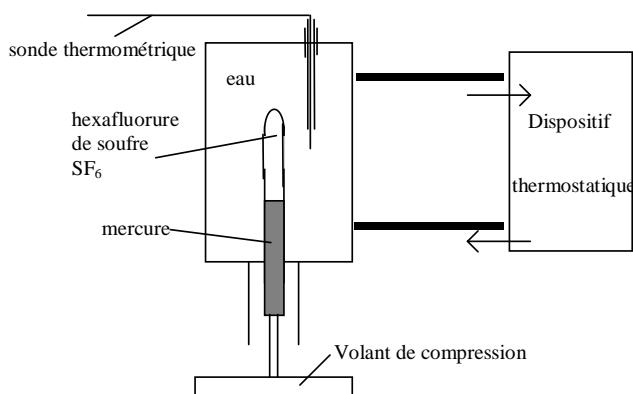
Déterminer d'abord la valeur moyenne $\langle \chi_T \rangle$ du coefficient sur l'intervalle de pression envisagé à partir du tracé de la courbe $\ln(v) = f(p)$. Cette première évaluation n'a pour but que de vérifier la bonne prise en compte des unités et échelles du graphe. La valeur obtenue pour $\langle \chi_T \rangle$ doit être de l'ordre de 1 bar^{-1} . Donner la valeur de $\langle \chi_T \rangle$ en bar^{-1} et en Pa^{-1} .

Le graphe $\ln(v) = f(p)$ montre que χ_T varie notablement avec p, comment le visualise-t-on ?

A partir de ce graphe, calculer les valeurs de χ_T en bar^{-1} pour $p = 0,7 \text{ bar}$ et $p = 2 \text{ bar}$.

Exprimer littéralement χ_T pour le modèle théorique du Gaz Parfait et confronter le résultat aux valeurs expérimentales.

C) Changement d'état liquide vapeur



L'appareil utilisé, destiné à l'étude du changement d'état liquide-vapeur, porte le nom de machine de Cailletet.

Il comprend une éprouvette graduée, en verre épais et résistant contenant le fluide à étudier, fixée sur une chambre de pression en acier inoxydable.

Un manomètre fixé sur celle-ci permet de connaître la pression. Le fond de la chambre est fermé par une membrane déformable qui assure une parfaite étanchéité. Elle contient du mercure et une déformation vers le haut de la membrane chassera le mercure dans l'éprouvette en comprimant le gaz. Cette déformation est obtenue en tournant le volant situé à la base de l'appareil, celui-ci agissant sur la membrane par l'intermédiaire d'un piston.

Une jaquette transparente est placée autour de l'éprouvette. Un appareillage annexe permet d'y faire circuler un courant d'eau dont la température (lue sur le thermomètre) est imposée par un dispositif thermostatique.

Un dispositif optique permet de projeter l'image de l'éprouvette sur un écran. Il ne sera pas utile ici.

On prendra garde, lors des manipulations, à ce que :

* le mercure soit toujours visible dans le bas de l'éprouvette, ceci de façon à garantir l'étanchéité,
* la pression n'excède pas 50 bar. attention ! un liquide étant très peu compressible, une variation minime de son volume entraîne une variation très grande de la pression.

Manipulations :

1°) Tracé d'une isotherme :

A une température de 25°C , le gaz occupant tout le volume de l'éprouvette (le mercure restant visible), on note volume et pression : puis en agissant sur le volant, on effectue de petites diminutions de volume et on relève la pression, **une fois celle-ci stabilisée** (attendre quelques dizaines de secondes). Tracer le graphe $p = p(V)$. Montrer l'existence d'un **palier de changement d'état** : la pression reste invariante lors du phénomène de liquéfaction du gaz.

La pression du palier de changement d'état, ou palier de saturation, s'appelle pression de vapeur saturante, notée p_s . Elle dépend de la nature du fluide et de la température.

On précisera les volumes d'apparition et de disparition du ménisque délimitant les deux phases liquide et vapeur, correspondant au début et à la fin de la liquéfaction, ainsi que la pression de vapeur saturante du corps à la température considérée. Les volumes sont donnés en cm^3 par la graduation portée sur l'éprouvette.

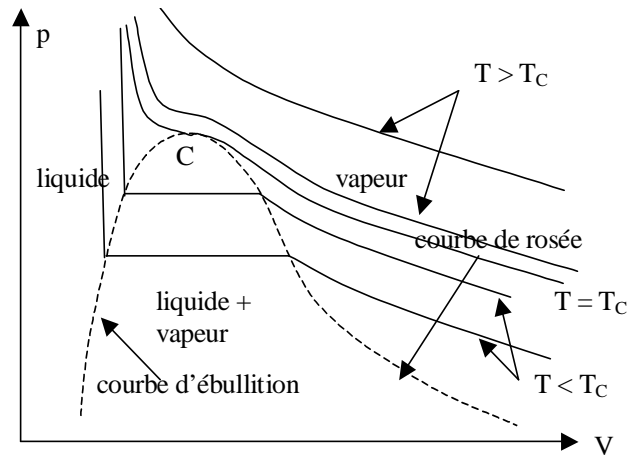
Le tracé d'un nombre suffisant d'isothermes en coordonnées de Clapeyron $p = f(v)$ fournit le diagramme d'Andrews dont l'allure est donnée ci-après.

Chaque palier de saturation est limité à gauche par l'intersection avec la **courbe d'ébullition** (apparition de la première bulle de vapeur dans le liquide) et à droite par son intersection avec la **courbe de rosée** (apparition de la première goutte de liquide dans la vapeur).

L'ensemble des courbes de rosée et d'ébullition constitue la **courbe de saturation**.

Les points situés sous la courbe de saturation correspondent à des états diphasés (mélange liquide + vapeur) tandis que les points situés au dessus de la courbe de saturation sont dans des états monophasés (liquide ou vapeur).

La longueur du palier de saturation décroît lorsque la température de l'isotherme considérée augmente, jusqu'à ce que le palier disparaisse, à partir de la température critique T_c . Le point critique C est situé au sommet de la courbe de saturation.



L'isotherme critique $T = T_c$ comporte en C un point d'inflexion à tangente horizontale.

Il est possible de passer de l'état « liquide » à l'état « vapeur » sans observer de changement d'état, c'est à dire sans traverser la courbe de saturation : on ne passe pas par les états diphasés situés sous la courbe ; il n'y a pas de discontinuité des propriétés physique du fluide. L'expérience qui suit permettra l'observation de cette évolution par un continuum d'état fluide du domaine liquide au domaine vapeur.

2°) Expérience de contournement du point critique :

L'expérience consiste à faire décrire un cycle de transformation au fluide contenu dans l'éprouvette. Tracer l'allure théorique du cycle ci-après sur un diagramme d'Andrews.

Partir d'un état A correspondant à un mélange diphasé à la température de 35 °C.

Augmenter le volume de façon isotherme jusqu'à disparition complète de la phase liquide (état B).

Augmenter la température à volume constant jusqu'à un état C de température $t_c = 48$ °C.

Effectuer ensuite une compression isotherme de façon à atteindre l'état D de pression $P_D = 47$ bar, correspondant à un volume de l'ordre de 0,25 cm³. (*Attention à ne pas appliquer une pression trop forte !*)

Imposer ensuite un refroidissement isochore pour ramener la température à 35 °C (état E). On vidangera le bain thermostatique pour remplacer l'eau chaude par de l'eau froide.

Procéder enfin à une dilatation isotherme jusqu'à revenir au volume initial V_A . Que constate-t-on dans cette dernière transformation ?

Interpréter le phénomène en traçant expérimentalement le cycle en diagramme (P, V) et en y faisant apparaître la courbe de saturation et les isothermes concernées. Préciser pour chaque point A, B, C... l'état du fluide (P, V, t, répartition liquide/vapeur).

Cette dernière partie est facultative

Ramener le volume à 0,35 cm³, correspondant au volume critique V_c , pour lequel les phases liquide et gaz occupent des volumes identiques. Augmenter progressivement la température depuis 30°C jusqu'à 50° C environ. Observer l'évolution et la disparition du ménisque. (Opalescence critique). Tracer schématiquement les diagrammes d'Andrews et diagramme d'équilibre (P, T). En déduire une interprétation des faits observés.

En fin d'expérience, vidanger la cuve et remplacer l'eau chaude par de l'eau froide.