

Propriétés et topographie des champs électrostatique et magnétostatique

Ce TP s'articule en deux parties (A) et (B) indépendantes, d'une durée de deux heures environ. Chaque partie est elle-même subdivisée en deux activités de 1 heure, ce qui permet une permutation des binômes sur les quatre postes durant la séance.

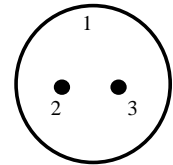
A) Topographie d'un champ électrostatique

I Etude expérimentale :

I -1 Principe :

On se propose de déterminer les équipotentielles et les lignes de champ d'un système plan de trois conducteurs, portés à des potentiels donnés.

Pratiquement, le système est constitué de trois conducteurs faits d'une couche de laque d'argent (très conductrice) déposée sur une feuille de papier graphité (faiblement conductrice). Le conducteur circulaire (1) délimite un espace électrocinétique bien défini à l'intérieur duquel sont placés les deux autres conducteurs (2) et (3).



Quand les trois conducteurs sont portés à des potentiels donnés, l'espace interconducteur est le siège d'un régime permanent : en tout point M de cet espace, le vecteur densité de courant $\vec{j}(M)$ est lié au vecteur champ électrique $\vec{E}(M)$ par la loi d'Ohm locale : $\vec{j}(M) = \gamma \vec{E}(M)$ où γ est la conductivité (très faible) du milieu. Le champ électrique $\vec{E}(M)$ en régime permanent dérive du potentiel $V(M)$ tel que : $\vec{E}(M) = -\text{grad} V(M)$.

Dans le milieu faiblement conducteur (papier graphite), le potentiel V est décrit par un système d'équations qui le détermine, compte tenu des conditions aux limites imposées par la présence des conducteurs (1), (2) et (3).

Or le potentiel $V(M)$ du même système de conducteurs placés **dans le vide** satisfait à un système d'équations identique avec les mêmes conditions aux limites correspondant aux valeurs de potentiel imposées sur les conducteurs (1), (2) et (3). On aura donc la même répartition de potentiel. L'espace électrostatique et l'espace électrocinétique sont donc équivalents (mêmes équipotentielles et mêmes lignes de champ).

Expérimentalement, il serait difficile, voire impossible, de mesurer le potentiel en tout point de l'espace électrostatique : l'introduction de la sonde de mesure perturberait beaucoup trop le champ électrostatique. On indique ci-dessous le dispositif de mesure utilisé dans l'espace électrocinétique équivalent.

I-2 Simulation :

Le système envisagé est une simulation expérimentale d'une situation pour laquelle on aurait placé des charges q_2 et q_3 en les positions des plots 2 et 3. Le cercle (1), en étant relié au potentiel 0 (masse) figurera les positions de points "infiniment" éloignés.

Une simulation par calcul des équipotentielles et lignes de champ attendues est proposée (dans la partition E : du disque dur, fichier E/PCSI/equiV_lignesE). Il est pertinent de procéder à la simulation **avant** de faire le relevé expérimental.

Une procédure écrite sous MAPLE permet un tracé précis des courbes équipotentielles et des lignes de champ.

Après ouverture du fichier, valider successivement les lignes "restart;" puis "ldcpotcp:=proc()" afin d'enregistrer la procédure.

La syntaxe d'utilisation de cette procédure est : `ldcpotcp(X1,X2,Y1,Y2,[Q1,x1,y1],[Q2,x2,y2]);`

X_1 et X_2 (respectivement Y_1 et Y_2) délimitent l'intervalle en abscisse (resp. en ordonnée) sur lequel le graphe sera tracé ;

Q_1 désigne la valeur de la première charge, de coordonnées (x_1,y_1) , la deuxième charge étant référencée de même.

Ces quantités pouvant être données en valeurs relatives on entrera :

`ldcpotcp(-2,+2,-2,+2,[1,-1,0],[1,1,0])` pour figurer la situation étudiée.

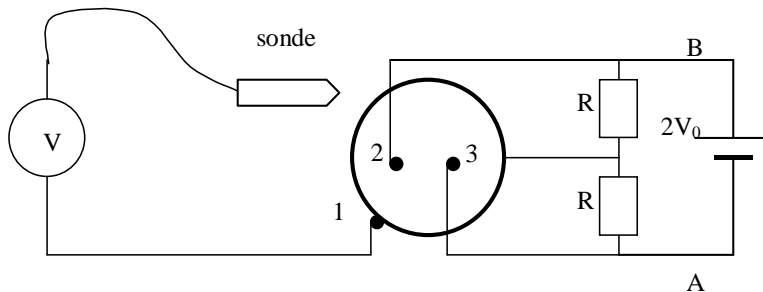
Par défaut, la procédure trace 16 lignes de champ rayonnant à partir de chaque charge.

Pour comparaison, relancer la procédure pour une situation mettant en jeu deux charges opposées.

Observer et commenter la géométrie des cartes de champ. Signaler la présence de symétries ou d'antisymétries. Noter l'orthogonalité des lignes de champ avec les équipotentielles.

I-3 Mise en œuvre expérimentale :

1°/ Réaliser le montage suivant : $V_1 = 0$; $V_2 = V_0$; $V_3 = -V_0$ (avec $V_0 = 5 \text{ V}$)



Le diviseur de tension est branché entre les bornes de potentiels fixés : A ($-V_0$) et B (V_0). La tension $U_{BA} = 2V_0$ est obtenue au moyen d'une alimentation stabilisée.

Quand la pointe de la sonde est en contact avec le papier graphité, l'espace électrocinétique est peu perturbé compte tenu de la résistance élevée de la branche de mesure. Le voltmètre employé doit être de grande impédance. Il affiche alors directement la valeur du potentiel au point de contact de la sonde avec le papier graphité.

2°/ Mesures :

- Disposer sous la feuille de papier graphité une feuille de papier carbone et une feuille de papier millimétré.
- Relever d'abord des points à la valeur $0,2 V_0$. Déplacer la sonde sur le diamètre 2-3 du conducteur 1, repérer un point de ce diamètre ayant le potentiel choisi et le marquer d'un signe (croix ou autre). Vous **devez savoir** (voir simulation précédente) où vous diriger approximativement pour trouver d'autres points de même potentiel. En particulier, vous pourrez vous écarter orthogonalement du diamètre 2-3, repérer un autre point au même potentiel et, ainsi de suite, repérer les points de proche en proche. On marquera un nombre suffisant de points pour pouvoir tracer l'équipotentielle correspondante.
- Recommencer b) pour d'autres valeurs du potentiel , d'abord quelques valeurs données ($-0,2 V_0$; $0,1 V_0$; $-0,1V_0$; $0,5 V_0$; $-0,5 V_0$), puis éventuellement quelques valeurs intermédiaires qui vous semblent devoir compléter de façon intéressante les premières (il s'agit d'explorer au mieux l'espace interconducteur). A chaque valeur de potentiel on pourra repérer les points au moyen d'un symbole différent.

3°/ Exploitation des résultats :

- Après avoir marqué l'emplacement des conducteurs 1, 2 et 3, retirer la feuille de papier millimétré où apparaissent les points repérés.
- Tracer le plus soigneusement possible les lignes équipotentielles, en indiquant la valeur de leur potentiel.
- Tracer sur le même graphique les lignes de champ orientées dans le sens du vecteur champ électrostatique, en vous appuyant sur les lignes équipotentielles obtenues.
- Observer la symétrie de cette topographie, la comparer aux symétries ou antisymétries existant pour la distribution, situer les régions de champ intense. Faire des remarques.
- Pour ce même système de conducteurs, quelles seraient, à votre avis, les équipotentielles et lignes de champ pour une valeur $V_0 = 1000 \text{ V}$?
- La relation entre champ et potentiel : $\vec{E} = -\overrightarrow{\text{grad}V}$ peut être utilisée pour déterminer expérimentalement l'intensité du champ électrique : à partir d'un point M donné, un petit déplacement ΔL , le long d'une ligne de champ, entraînera une petite variation ΔV du potentiel, avec la relation (en module) : $E(M) = |\Delta V/\Delta L|$. Utiliser cette démarche pour évaluer la valeur du champ en au moins deux points de votre choix.

Conclusion générale : Conclure, en argumentant votre réponse, quant au caractère polaire ou axial du champ électrostatique \vec{E} . (Voir annexe en fin de document).

II Simulation d'autres situations électriques :

1) Principe :

Il s'agit d'utiliser le logiciel MAPLE pour tracer différentes représentations graphiques (réseau d'équipotentielles, diagramme fléché, représentation symbolique en relief du potentiel) relatives à diverses situations électriques.

On pourra, à titre d'exemple, traiter le cas d'une charge ponctuelle unique, placée à l'origine du repère O et portant une charge $q = 4\pi\epsilon_0$ Coulomb. (ainsi $V = q / 4\pi\epsilon_0 r = 1/r$).

- Chargement du module spécialisé dans les représentations graphiques : `with(plots) ;`
- Expression du potentiel : `pot := (x^2+y^2)^(-1/2) ;`
- Tracé des équipotentielles en 2D dans le plan (xOy) :
`implicitplot({seq(pot = k , k = 1..5)}, x = -1..1 , y = -1..1) ;`
- Tracé de la représentation symbolique en relief du potentiel V (on rappelle qu'il s'agit de tracer dans l'espace la surface d'équation $z = V(x,y)$) :
`implicitplot3d(z = pot , x = -1..1 , y = -1..1 , z = 0..5) ;`
- Tracé du diagramme fléché (on rappelle qu'il s'agit de tracer en un point du plan (xOy) un vecteur ayant la direction et le sens du champ électrique et de longueur proportionnelle à son module E) :
`gradplot(-pot , x = -1..1 , y = -1..1 , grid = [5,5] , axes = boxed) ;`
Le signe - devant le potentiel est nécessaire pour retrouver la convention habituelle en physique reliant le champ et le potentiel dont il dérive : $\vec{E} = -\text{grad}V$

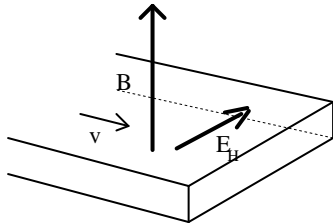
2) Autres systèmes électrostatiques :

Faire de même (effectuer en particulier des considérations de symétrie : existence de plans de symétrie, plans d'antisymétrie,...) pour :

- une charge +q en (-1, 0) et une charge +q en (1, 0).
Il est nécessaire d'augmenter l'échelle en x.
- une charge -q en (-1, 0) et une charge +q en (1, 0) : cas d'un doublet de charges (dipôle).
Il faut penser que le potentiel peut être négatif (valeur de k, échelle en z).
- une charge -q en (-1/2, 0), une charge -q en (1/2, 0), une charge +q en (0, 1), une charge +q en (0, -1) : cas d'un quadrupôle.
- une charge 4q en (0, 0) et une charge -q en (1, 0). Observer en particulier les équipotentielles de cette distribution ; vérifier en jouant sur les échelles que, "de près", la situation au voisinage de chaque charge tend vers celle correspondant à une charge unique seule dans l'espace et que, "de loin", la situation tend vers celle d'une charge unique égale à la charge totale de la distribution (ici $4q - q = 3q$).

B) Quelques propriétés du champ magnétostatique

Introduction :



La mesure des champs magnétiques se fait grâce à un teslamètre. La sonde de mesure fonctionne selon le principe de l'effet Hall (voir cours) : lorsque l'on plonge un conducteur parcouru par un courant dans un champ magnétique, les porteurs de charges, de vitesse v , sont déviés de leur trajectoire par la force magnétique, orthogonale au champ \vec{B} ; ceci amène une accumulation de charges sur les bords du conducteur. On arrive rapidement à un régime permanent pour lequel le champ électrostatique E_H (champ de Hall) dû à cette accumulation compense exactement l'effet du champ magnétique.

Il existe alors une tension U_H , dite tension de Hall, entre les bords du conducteur.

La sonde fournit donc une tension U_H proportionnelle à la composante du champ orthogonale à l'élément détecteur, constitué d'une plaquette faite d'un matériau semi-conducteur, plus sensible à l'effet Hall que ne l'est un métal par exemple.

Deux types de sondes existent. Pour le premier type, un seul élément détecteur est présent ; il sera placé orthogonalement au champ pour une mesure correcte (le manche de la sonde est alors dans la direction du champ magnétique). Pour le second, deux éléments détecteurs orthogonaux fournissent les composantes B_x et B_z du champ magnétique dans un plan. La détermination des trois composantes B_x , B_y et B_z nécessiterait trois mesures dans trois directions orthogonales.

La mesure du champ est perturbée par le champ extérieur (champ magnétique terrestre , champ des appareils voisins) et par une dérive de l'appareil ; aussi, pour chaque mesure de champ, on procédera à une mesure différentielle :

$$\mathbf{B}_{\text{vrai}} = \mathbf{B}_{\text{mesuré}}(\mathbf{I}) - \mathbf{B}_{\text{mesuré}}(\mathbf{I} = 0)$$

On interposera donc un interrupteur dans le circuit d'alimentation des bobines.

Etalonnage : avant son utilisation pour des mesures, il est prudent d'étalonner la sonde. Une petite vis accessible sur le boîtier de l'appareil est prévue à cet effet. [à manipuler avec précaution]

Engager la sonde dans la zone centrale d'un des solénoïdes longs disponibles, alimenté par un courant d'intensité $I = 2 \text{ A}$. Régler la sonde pour afficher une mesure de B correspondant à la valeur attendue soit $B = 1,22 \text{ mT}$.

Remarque :

Pour des raisons pratiques, cette partie du TP est subdivisée en deux sections indépendantes, correspondant à des manipulations occupant environ une heure :

- Symétries et antisymétries ; Etude des bobines de Helmholtz ; vérification du théorème d'Ampère sur une bobine.
- Vérification du théorème d'Ampère sur un faisceau de fils disposés sur un cadre ; Etude du solénoïde long et du solénoïde court.

Chaque groupe consacrera donc une heure à chaque section, et permutera avec l'autre groupe à l'issue de cette durée. L'ordre dans lequel seront effectuées ces expérimentations et le plan du fascicule de TP (qui sera suivi pour le compte-rendu) sont donc différents.

I Symétries et antisymétries , observation d'un spectre magnétique :

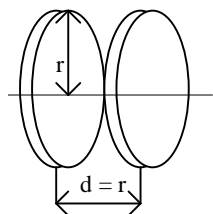
Le principe de cette observation repose sur l'action d'un champ magnétique sur de la limaille de fer, matériau magnétique pulvérulent qui va se répartir selon les lignes de champ.

On étudie le cas de deux bobines identiques, disposées selon des plans parallèles verticaux. Répartir la limaille de façon la plus uniforme possible sur le support plan encastré horizontalement sur les deux bobines. (Utiliser l'aimant accessoire et tapoter le support)

- Les deux bobines étant parcourues par un même courant (même sens, même intensité $I = 3 \text{ A}$ environ), relever le spectre obtenu. (Tapoter le support pour favoriser le déplacement des particules de limaille de fer).
- Reprendre la même démarche, les bobines étant parcourues par des courants de sens opposés.
- Conclure quant au caractère axial ou polaire du champ magnétostatique.

(Voir annexe en fin de document).

II Etude des bobines de Helmholtz :



Le système des bobines de Helmholtz est constitué de deux enroulements identiques, disposées selon des plans parallèles distants d'une longueur égale au rayon des bobines et parcourus par un même courant (même sens, même intensité). Pour se convaincre de l'intérêt de ce système, on étudiera d'abord le champ produit par une seule bobine, puis celui créé par l'association de deux bobines, enfin on disposera ces deux bobines selon le critère de Helmholtz : $d = r$.

Un ordinateur est à votre disposition pour effectuer les tracés sous Excel®.

La symétrie des systèmes étudiés fait que le champ magnétique est colinéaire à l'axe de révolution sur cet axe.

- Mesurer la composante B du champ magnétique le long de l'axe, en n'alimentant qu'une seule bobine ($I = 3 \text{ A}$). On explorera les valeurs de B sur un intervalle $[0, x_{\text{max}}]$, la position $x = 0$ de la sonde correspondant au centre de la bobine. Tracer $B(x)$ (B en module) sur l'intervalle symétrique $[-x_{\text{max}}, x_{\text{max}}]$. **On prendra garde à poursuivre les mesures jusqu'à obtenir $B(x) \approx 0$ en vue d'une exploitation ultérieure (voir III-2).**

- Alimenter le système des deux bobines par un même courant (même sens et même intensité), en les connectant en série. Régler la valeur d'intensité à 3 A, que l'on mesure à l'ampèremètre. Disposer les deux bobines à une distance d égale à leur diamètre ($d = 2r$). Mesurer de même $B = \|\vec{B}\|$ en différents points de l'axe et tracer $B(x)$.

- Reprendre la démarche précédente pour $d = r$. Conclure.

Une simulation sur Excel est proposée pour faire une synthèse des observations : ouvrir le fichier « Helmholtz » dans le dossier PCSI situé dans la partition E : du disque dur.

III Vérification du théorème d'ampère :

Rappelons l'énoncé de ce théorème :

La circulation du champ magnétostatique \vec{B} sur un contour fermé (C) est égale à l'intensité des courants enlacés par (C) multipliée par la constante physique μ_0 :
$$Circ(\vec{B}, (C)) = \oint_{(C)} \vec{B} \cdot d\vec{l} = \iint \mu_0 \vec{j} \cdot d\vec{S} = \mu_0 \sum_i I_i$$

sur un contour fermé quelconque (C), les intensités I_i représentant le débit de charge, ou intensité du courant, traversant la surface définie par (C).

μ_0 , la permittivité magnétique du vide, est une constante et vaut : $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ u.s.i.

III-1 La vérification expérimentale du théorème d'Ampère sera faite en évaluant la circulation sur un contour fermé du champ magnétostatique produit par un faisceau de fils électriques parcourus par un courant (le faisceau comporte 20 fils).

La circulation du champ magnétique \vec{B} apparaît comme une sommation continue de circulations élémentaires $dC = \vec{B} \cdot d\vec{l}$ où le produit scalaire $\vec{B} \cdot d\vec{l}$ est égal au produit par dl de la composante du champ magnétique suivant la direction de $d\vec{l}$.

On pourra, en pratique et par approximation, remplacer cette intégration par une sommation discrète de contributions $\delta C = \vec{B} \cdot \delta\vec{l}$ les quantités $\delta\vec{l}$ représentant de petits tronçons de la courbes fermée (C) sur laquelle on calcule la circulation.

Remarque : La portion rectiligne du conducteur n'étant pas suffisamment longue, on ne peut observer, même localement, de symétrie de révolution pour ce système. Par conséquent, le champ n'est pas invariant par rotation autour du faisceau de fils.

On mesurera alors la projection B_x du champ sur la direction de $\delta\vec{l}$, en différents points d'un contour carré de 10 cm de côté, excentré de 2 cm par rapport au faisceau de fils, pour une intensité $I = 3$ A, en prenant garde à donner une orientation correcte à la sonde de mesure : elle doit être tangente au contour, et l'on doit progresser le long du contour en maintenant la sonde dans le même sens (On pourra bien sûr vérifier le théorème sur un contour quelconque, les valeurs fournies ne le sont qu'à titre pratique et indicatif).

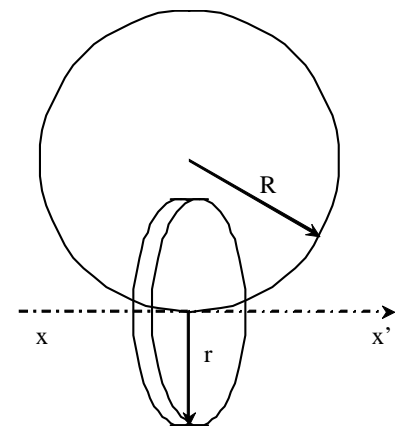
1. Evaluer par la mesure la circulation du champ sur ce contour carré, en le décomposant en éléments de longueur de 2 cm.
2. Calculer directement la circulation du champ par le théorème d'Ampère.
3. Evaluer les écarts entre les résultats expérimentaux et les valeurs théoriques. Conclure.

III-2 Une deuxième vérification du théorème d'Ampère est proposée, sur le cas de la bobine plate **en réutilisant les mesures obtenues dans la partie II**.

On peut en effet envisager la circulation du champ magnétique le long d'un contour circulaire, de rayon R , enlaçant la bobine.

En faisant tendre R vers de grandes valeurs, ce contour circulaire va venir se confondre avec l'axe (xx') de la bobine, qui lui est tangent.

Comme la valeur du champ magnétique B décroît lorsque l'on s'éloigne de la bobine, les mesures nécessaires à l'évaluation expérimentale de la circulation vont pouvoir se restreindre à une portion de l'axe (xx'), au delà de laquelle les mesures de B prennent des valeurs nulles.



Calculer la circulation le long de l'axe (xx') en exploitant les mesures réalisées au II.

Ici : $Circ(\vec{B}) = \sum \delta C = \sum B(x) \cdot \delta x$ où δx est le pas de mesure et $B(x)$ les valeurs de B mesurées le long de l'axe.

Comparer à la valeur : $\mu_0 \cdot NI$ avec $I = 3$ A et $N = 100$ fils. Conclure.

IV Champ magnétostatique créé par un solénoïde :

1) Vérification de $B = \mu_0 n I$ pour un solénoïde long ($n = N/L$) :

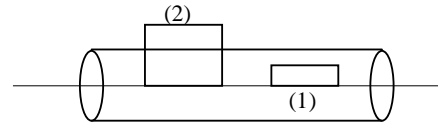
aspect théorique :

Le calcul direct du champ B sur l'axe conduit à : $B = \mu_0 N I / L$.

où $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Hm}^{-1}$. N : nombre de spire

I : intensité du courant parcourant les spires

L : longueur du solénoïde.



On montre ensuite par application du théorème d'Ampère à un contour rectangulaire judicieusement choisi que ce champ est :

- (1) uniforme à l'intérieur du solénoïde ;

- (2) nul à l'extérieur du solénoïde.

Ce calcul théorique ayant été conduit pour un solénoïde supposé infini, ce qui revient en pratique à un solénoïde dont la longueur est grande devant le rayon.

Vérification expérimentale :

Le solénoïde proposé est constitué de deux enroulement indépendant, possédant chacun 200 spires. Sa longueur est de 40 cm. Les bornes noires permettent l'alimentation de la totalité des spires de cuivre. Les bornes rouges autorisent une alimentation partielle ou totale des spires en acier.

La sonde est placée initialement au centre du solénoïde.

a) Influence de n

Pour $I = 1 \text{ A}$, mesurer $\|\vec{B}\|$ pour $N = 200$ spires (pour chacun des enroulement), puis pour $N = 400$ spires (en connectant les deux enroulements en série et dans le même sens). Evaluer les incertitudes sur ces mesures. Conclure.

b) Influence de I .

Pour $N = 400$ spires, mesurer $\|\vec{B}\|$ sur l'axe du solénoïde pour $I = 0,5 \text{ A}$; 1 A ; $1,5 \text{ A}$; 2 A et 3 A ; tracer $B(I)$; conclure.

c) Valeur de μ_0 .

En regroupant les résultats du (a) et du (b), calculer les rapports B/nI pour chacune des mesures. L'étalonnage de la sonde est-il validé par ces mesures ? Conclure.

d) Vérification de l'uniformité du champ sur l'axe

Pour $N = 200$ spires, $I = 1 \text{ A}$, mesurer le module du champ magnétostatique $B = \|\vec{B}\|$ en différents points de l'axe repérés par leur abscisse x mesurée à partir du centre du système ; conclure.

2) Champ d'un solénoïde court :

Pour $N = 60$ spires, $I = 1 \text{ A}$, relever les variations du champ sur l'axe. Tracer $B = f(x)$, où x est la distance par rapport au centre du solénoïde. Quel est le rapport du champ au bord sur le champ au centre ?



(à lire) **Annexe :**

Vecteur polaire, vecteur axial.

Le principe de Curie, très général, affirme qu'un phénomène physique possède au moins les éléments de symétrie de ses causes (plans de symétrie, axes de symétrie, centres de symétrie...). On peut attendre que les effets électrostatiques, créés par une distribution de charges fixe, et les effets magnétostatiques, dus à une distribution invariante de courants permanents, respecte le principe précédent.

On remarquera que le champ magnétique \vec{B} est lié à la force magnétique \vec{F} par la relation : $\vec{F} = q\vec{v} \wedge \vec{B}$. Or les règles de calcul du produit vectoriel sont définies par une orientation conventionnelle de l'espace (règle "du tire-bouchon" ou "des trois doigts"). Le sens du champ \vec{B} dépend donc d'une convention, il apparaît ainsi comme un **pseudo-vecteur**, ou **vecteur axial**. Ceci a notamment pour conséquences les propriétés suivantes :

- le champ magnétique sera orthogonal à tout plan de symétrie de la distribution de courant qui le crée,
- il sera inclus dans tout plan d'antisymétrie de la distribution qui le crée.

A l'inverse, la force électrostatique est directement liée au champ électrostatique \vec{E} par la relation : $\vec{F} = q\vec{E}$. Le champ \vec{E} apparaît ici comme un vecteur vrai, dit **vecteur polaire** : il respectera les symétries de la distribution de charges à son origine. Notamment, le champ électrostatique sera inclus dans tout plan de symétrie de la distribution et sera orthogonal à tout plan d'antisymétrie.