

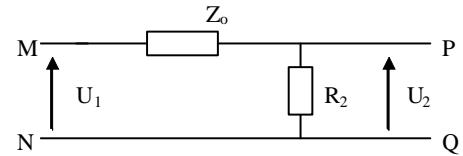
FILTRES - TRANSFERT D'UN SYSTEME LINEAIRE

1. a) Le circuit étudié est équivalent à

$$\text{avec } Z_o = \frac{R_1}{1 + jR_1C\omega}$$

En appliquant la relation du diviseur de tension on tire :

$$H(j\omega) = \frac{R_2 + jR_1R_2C\omega}{R_1 + R_2 + jR_1R_2C\omega}. \text{ En identifiant à la forme proposée : } v = R_1C\omega \text{ et } A = 1 + (R_1/R_2).$$



b) Bien que les valeurs 1 et A ne soient pas très différentes, on va envisager, dans l'étude asymptotique qui suit, notamment un domaine de pulsation où l'on suppose $1 \ll v \ll A$.

Pour $v \ll 1 < A$: $H(j\omega) \approx 1/A$; $G_{dB} = -20 \log A$ et $\varphi = 0$

Pour $1 \ll v \ll A$: $H(j\omega) \approx jv/A$; $G_{dB} = 20 \log v - 20 \log A$ et $\varphi = \pi/2$

Pour $1 < A \ll v$: $H(j\omega) \approx 1$; $G_{dB} = -0 \text{ dB}$ et $\varphi = 0$

Pour préciser la courbe de phase on peut calculer $\varphi = \text{atan}(v) - \text{atan}(v/A)$:

pour $v = 1$, $\varphi = 31^\circ$; pour $v = A = 4$, $\varphi = 31^\circ$

Fréquence de coupure : $G_{dB} = G_{dBmax} - 3 \text{ dB}$ équivalent à $|H| = H_{max}/\sqrt{2}$ (1)

$$\text{Ici } H_{max} = 1 \text{ et } |H| = \frac{1 + v^2}{A^2 + v^2}$$

La solution de (1) est : $v = \sqrt{A^2 - 2}$ d'où $\omega_c = \sqrt{A^2 - 2} / R_1C$.

$f_c = \omega_c / 2\pi$. AN : $f_c = 1,27 \cdot 10^3 \text{ Hz}$.

c) Passer le dipôle (u_1 , Z_o) en représentation de Norton, associer alors Z_o et R_2 en dérivation puis revenir à une représentation de Thévenin pour l'ensemble.

On doit obtenir pour fém et impédances équivalentes: $E_1 = \frac{1 + jv}{A + jv} u_1$ et $Z_1 = \frac{R_1}{A + jv}$

d) Adaptation d'impédance. Le cours a permis d'établir le résultat : $Z_L = Z_1^*$

$$\text{soit donc : } Z_L = \frac{R_1}{A - jv}$$

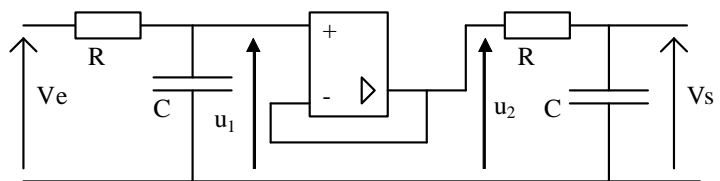
2. Circuits RC en cascade :

$$1. \text{ Pour le circuit A : } H_1(j\omega) = \frac{1}{1 + jRC\omega}$$

Si R est changé en a.R et C en C/a, le transfert n'est pas modifié car $aR \cdot C/a = RC$.

2°) Le montage suiveur impose $u_2 = u_1$
Sans qu'on ait de courant d'entrée sur la borne non inverseuse de l'AO.

$$\text{Donc } \frac{u_1}{V_e} = \frac{V_s}{u_2} = H_1(j\omega) = \frac{1}{1 + jRC\omega}$$



Le transfert de l'ensemble est donc :

$$H_{tot}(j\omega) = \frac{V_s}{V_e} = \frac{V_s}{u_2} \frac{u_1}{V_e} = \frac{1}{1 + jRC\omega} \cdot \frac{1}{1 + jRC\omega} = \frac{1}{1 + 2jRC\omega - (RC\omega)^2} = H_1(j\omega)^2$$

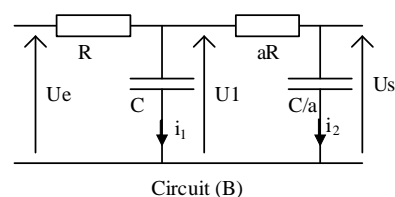
3°) Pour le montage (B).

Utilisons les lois de Kirchoff :

$$U_e = R(i_1 + i_2) + (1/jC\omega)i_1$$

$$(1/jC\omega)i_1 = aRi_2 + (a/jC\omega)i_2$$

$$U_s = (a/jC\omega)i_2$$



En éliminant i_1 et i_2 entre ces trois équations, on tire la relation donnant le transfert :

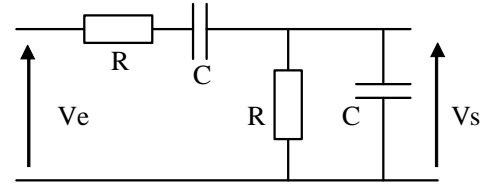
$$H(j\omega) = \frac{1}{1 + jRC\omega \left(2 + \frac{1}{a}\right) - (RC\omega)^2}$$

Pour $a \gg 1$, $H(j\omega) \rightarrow \frac{1}{1 + 2jRC\omega - (RC\omega)^2} = H_1(j\omega)^2$

L'impédance d'entrée de la deuxième cellule (aR , C/a), $Z_e = aR + a/(jC\omega)$ devient en effet très grande. On se retrouve donc pratiquement dans les conditions du 2°).

3. Etude d'un filtre de Wien.

a) Soit Z_1 , l'impédance équivalente à l'association en dérivation de R avec C . $Z_1 = \frac{R}{1 + jRC\omega}$



En utilisant la relation du diviseur de tension :

$$V_s = \frac{Z_1 \cdot V_e}{R + \frac{1}{jC\omega} + Z_1} \quad \text{dont on tire : } H(j\omega) = \frac{R}{3R + \frac{1}{jC\omega} + jR^2C\omega}$$

soit finalement : $H(j\omega) = \frac{1}{3 + j\left(x - \frac{1}{x}\right)}$ où $x = RC\omega$.

b) $G = |H(j\omega)| = \frac{1}{\sqrt{9 + (x - 1/x)^2}} \quad \varphi = -\arctan \left[\left(x - \frac{1}{x}\right) / 3 \right]$

c) Pour $x = 1$, donc $\omega = \omega_0 = 1/RC$; $G = 1/3$ et $\varphi = 0$.

d) Les fréquences de coupures sont telles qu'à $f = f_c$, $G = G_{\max}/\sqrt{2}$.

A partir de la relation définissant la pulsation de coupure ω_c telle que $G = G_{\max}/\sqrt{2}$, il vient l'équation : $\sqrt{9 + (x - 1/x)^2} = 3\sqrt{2}$

qui conduit à deux équations du deuxième degré en x : $x^2 + 3x - 1 = 0$ et $x^2 - 3x - 1 = 0$.

On ne retient que les solutions positives ($x = RC\omega$), $x_1 = 0,303$; $x_2 = 3,303$

Ceci donne numériquement pour fréquences de coupures : $f_1 = 64$ Hz ; $f_2 = 701$ Hz.

En ces valeurs de coupures, on obtient des phases valant respectivement $-\pi/4$ et $+\pi/4$.

e) Etude asymptotique :

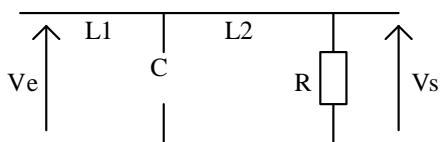
pour $x \ll 1$: $H(j\omega) \approx 1/(-j/x) = jx$; $G_{dB} \approx 20 \log x$; $\varphi \approx +\pi/2$

pour $x = 1$: $H(j\omega) = 1/3$; $G_{dB} = 20 \log (1/3) = -9,5$ dB ; $\varphi = 0$

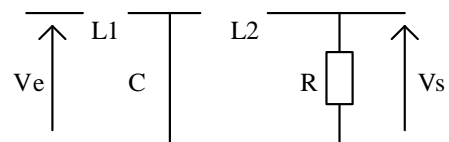
pour $x \gg 1$: $H(j\omega) \approx 1/(jx) = -j/x$; $G_{dB} \approx -20 \log x$; $\varphi \approx -\pi/2$

4. Circuits "en T chargé", filtres de Butterworth :

1) modèle BF : $V_s \rightarrow V_e$



modèle HF : $V_s \rightarrow 0$



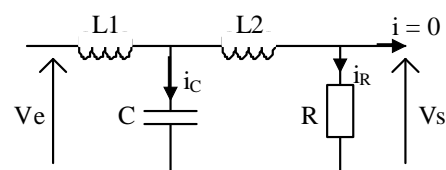
On attend un filtre passe-bas.

$$V_s = R \cdot i_R \quad (1)$$

$$V_e = jL_1\omega \cdot (i_R + i_C) + i_C / (jC\omega) \quad (2)$$

Relions i_R et i_C : $(1/jC\omega) \cdot i_C = (R + jL_2\omega) \cdot i_R$

donc : $i_C = (jRC\omega - L_2C\omega^2) \cdot i_R$



En utilisant (1) et (2) on tire :

$$H_B(j\omega) = \frac{V_s}{V_e} = \frac{1}{1 + j \frac{L_1 + L_2}{R} \omega - L_1 C \omega^2 - \frac{j L_1 L_2 C \omega^3}{R}}$$

En identifiant cette fonction de transfert à l'expression : $H_B(j\omega) = \frac{1}{1 + 2jx + 2(jx)^2 + (jx)^3}$

où $jx = j\omega/\omega_0$, (ω_0 étant un paramètre fixé) :

$$\frac{L_1 L_2 C}{R} = \frac{1}{\omega_0^3} ; \quad L_1 C = \frac{2}{\omega_0^2} ; \quad \frac{L_1 + L_2}{R} = \frac{2}{\omega_0}$$

d'où : $L_2 = R / (2\omega_0)$; $L_1 = 3R / (2\omega_0)$; $C = 4 / (3R\omega_0)$.

Calculons le module du transfert $H(\omega)$ en employant la forme proposée :

$$|H_B(j\omega)| = \frac{1}{|1 + 2jx + 2(jx)^2 + (jx)^3|} = \frac{1}{\sqrt{(1 - 2x^2)^2 + (2x - x^3)^2}} = \dots = \frac{1}{\sqrt{1 + x^6}}$$

Traçons la courbe de gain en diagramme de Bode :

Pour $\omega \ll \omega_0$: $H \approx 1$; $G_{dB} \approx 0$ dB

Pour $\omega \gg \omega_0$: $H \approx 1/x^3$; $G_{dB} \approx 60 \cdot \log \omega_0 - 60 \cdot \log \omega$ asymptote oblique à -60 dB/décade.

étude de la courbe de phase $\varphi(\log x)$: $\varphi = -a \tan\left(\frac{x(2-x^2)}{1-2x^2}\right)$; φ étant l'opposé de l'argument du nombre complexe $(1-2x^2) + j \cdot x(2-x^2)$.

Pour $x \rightarrow 0$: $\frac{x(2-x^2)}{1-2x^2}$ tend vers 0^- donc φ tend vers $0[\pi]$, on retient $\varphi = 0$ (voir modèle BF).

Pour $x = 1/\sqrt{2}$: $\frac{x(2-x^2)}{1-2x^2}$ tend vers ∞ , donc $\varphi = \pi/2$ [π] avec $x \cdot (2-x^2) > 0$,

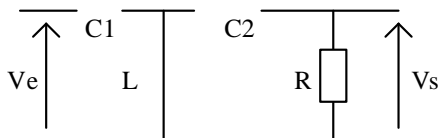
donc on retient $\varphi = -\pi/2$.

Pour $x = \sqrt{2}$: $\frac{x(2-x^2)}{1-2x^2}$ tend vers 0 , donc $\varphi = 0$ [π] avec $1-2x^2 < 0$ donc on retient $\varphi = -\pi$

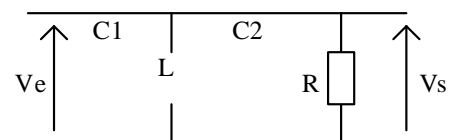
Pour $x \rightarrow \infty$: $\frac{x(2-x^2)}{1-2x^2}$ tend vers ∞ donc φ tend vers $\varphi = \pi/2$ [π], on retient $\varphi = -3\pi/2$.

On a ainsi une évolution continue et monotone de φ de la valeur 0 à la valeur $-3\pi/2$ quand x passe de 0 à l'infini.

2) modèle BF : $V_s \rightarrow 0$



modèle HF : $V_s \rightarrow V_e$



On attend un filtre passe-haut (du troisième ordre).

Par un calcul analogue au 1), non demandé dans le sujet, on pourrait établir :

$$H_H(j\omega) = \frac{-jR L C_1 C_2 \omega^3}{1 + jR C_2 \omega - L(C_1 + C_2) \omega^2 - jR L C_1 C_2 \omega^3}$$

Moyennant un choix adapté des valeurs de L, C₁ et C₂ on obtient une fonction des transfert :

$$H_H(j\omega) = \frac{(jx)^3}{1 + 2jx + 2(jx)^2 + (jx)^3}$$

Calculons le module : $|H_H(j\omega)| = \frac{x^3}{\sqrt{(1-2x^2)^2 + (2x-x^3)^2}} = \frac{x^3}{\sqrt{1+x^6}}$

Traçons la courbe de gain en diagramme de Bode :

Pour $\omega \ll \omega_0$: $H \approx x^3$; $G_{dB} \approx -60 \cdot \log \omega_0 + 60 \cdot \log \omega$ asymptote oblique à +60 dB/décade.

Pour $\omega \gg \omega_0$: $H \approx 1$; $G_{dB} \approx 0$ dB

3) $V_e(t) = E \cdot \cos(0,1\omega_0 t) + E \cdot \cos(10\omega_0 t)$

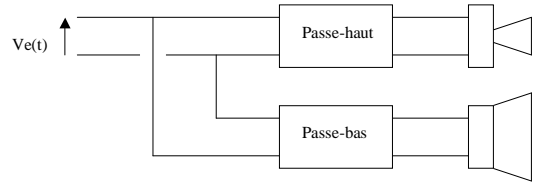
En sortie du filtre passe-bas :

$$V_s(t) = V_{so1} \cdot \cos(0,1\omega_0 t + \varphi_1) + V_{so2} \cdot \cos(10\omega_0 t + \varphi_2)$$

avec $V_{so1} = |H(j\omega = j0,1\omega_0)| \cdot E = \frac{1}{\sqrt{1+0,1^6}} E \approx E$

et $V_{so2} = |H(j\omega = j10\omega_0)| \cdot E = \frac{1}{\sqrt{1+10^6}} E \approx 0,001E$

$$\frac{V_{so2}}{V_{so1}} = 0,001 \text{ soit en dB : } 20 \log \frac{V_{so2}}{V_{so1}} = -60 \text{ dB}$$



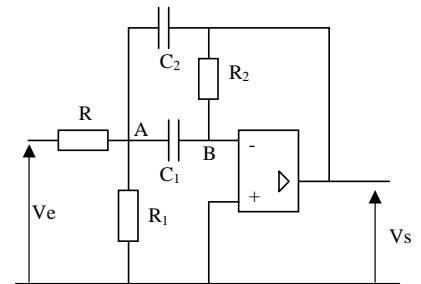
En sortie du filtre passe-bas :

$$V_s(t) = V_{so1} \cdot \cos(0,1\omega_0 t + \varphi_1) + V_{so2} \cdot \cos(10\omega_0 t + \varphi_2)$$

avec $V_{so1} = |H(j\omega = j0,1\omega_0)| \cdot E = \frac{0,1^3}{\sqrt{1+0,1^6}} E \approx 0,001E$

et $V_{so2} = |H(j\omega = j10\omega_0)| \cdot E = \frac{10^3}{\sqrt{1+10^6}} E \approx E$

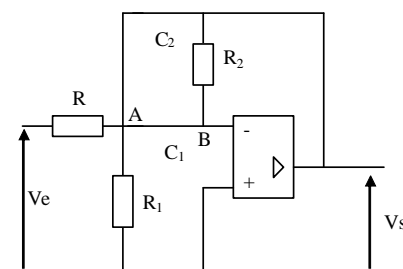
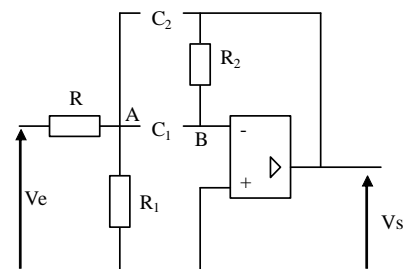
$$\frac{V_{so2}}{V_{so1}} = 1000 \text{ soit en dB : } 20 \log \frac{V_{so2}}{V_{so1}} = +60 \text{ dB}$$



5. filtre passe-bande : L'AO est supposé idéal et en fonctionnement linéaire.

1°) modèle BF :

modèle HF :



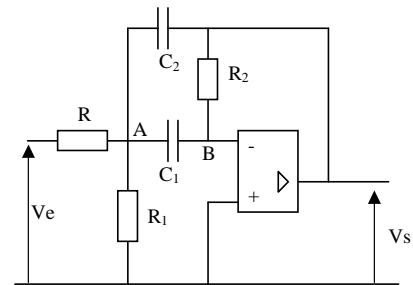
en BF : N'ayant aucun courant qui traverse R₂ , $V_s = V_- = V_+ = 0$.

en HF : les condensateurs se comportant comme des court-circuit, tout se passe comme si un fil reliait la sortie à l'entrée inverseuse. Donc : $V_s = V_- = V_+ = 0$.

On attend donc un filtre passe-bande.

2°) Etablissons la fonction de transfert du filtre :
 En écrivant le théorème de Millman en A :

$$V_A = \frac{\frac{V_e}{R} + jC_2\omega V_s}{\frac{1}{R} + \frac{1}{R_1} + j(C_1 + C_2)\omega} = \frac{V_e + jRC_2\omega V_s}{1 + \frac{R}{R_1} + jR(C_1 + C_2)\omega} \quad (1)$$



De même en B :

$$V_B = \frac{\frac{V_s}{R_2} + jC_1\omega V_A}{\frac{1}{R_2} + jC_1\omega} = \frac{V_s + jR_2C_1\omega V_A}{1 + jR_2C_1\omega} \quad \text{Or } V_B = V_- = V_+ = 0$$

donc $V_A = \frac{-V_s}{jR_2C_1\omega}$ que l'on égale à l'expression (1).

on tire finalement :

$$H(j\omega) = \frac{-R_2 / R}{1 + \frac{C_2}{C_1} + jR_2C_2\omega + \frac{1 + \frac{R_1}{R}}{jR_1C_1\omega}}$$

En identifiant à l'expression canonique :

$$H(j\omega) = \frac{-H_o}{1 + jQ\left(\frac{\omega}{\omega_o} - \frac{\omega_o}{\omega}\right)}$$

on obtient : $H_o = \frac{R_2 / R}{1 + \frac{C_2}{C_1}}$ et donc $\omega_o = \frac{1}{\sqrt{RR_2C_1C_2}} \sqrt{\frac{R + R_1}{R_1}}$ et pour facteur de qualité :

$$Q = \sqrt{\frac{R_2C_2}{RC_1}} \sqrt{\frac{R + R_1}{R_1}} \frac{C_1}{C_1 + C_2}$$

Pour $R = R_2 = 100 \text{ k}\Omega$, $R_1 = 1 \text{ k}\Omega$, $C_1 = C_2 = 2,2 \text{ nF}$, on calcule numériquement :
 $H_o = 1/2$; $\omega_o = 45680 \text{ rad/s}$; $Q \approx 5$.

3°) Etablir le diagramme de Bode de la fonction de transfert.
 On raisonne sur la forme canonique proposée.

Pour $\omega \ll \omega_o$: $H(j\omega) \approx -j \frac{H_o}{Q} \frac{\omega}{\omega_o}$;

$G_{dB} = 20 \log H_o - 20 \log Q - 20 \log \omega_o + 20 \log \omega$ asymptote à $+20 \text{ dB/décade}$
 $\varphi \rightarrow -\pi/2$

Pour $\omega = \omega_o$: $H(j\omega) \approx -H_o$; $G_{dB} = 20 \log H_o$; $\varphi = -\pi$

Pour $\omega \gg \omega_o$: $H(j\omega) \approx j \frac{H_o}{Q} \frac{\omega_o}{\omega}$;

$G_{dB} = 20 \log H_o - 20 \log Q + 20 \log \omega_o - 20 \log \omega$ asymptote à -20 dB/décade
 $\varphi \rightarrow -3\pi/2$

L'intersection des deux asymptotes a lieu en le point de coordonnées :

$\omega = \omega_o$ et $G_{DB} = 20 \log H_o - 20 \log Q$

→ pic de résonance en $\omega = \omega_o$, passant par la valeur $G_{DB} = 20 \log H_o > 20 \log H_o - 20 \log Q$

6. filtrage passe-bande :

$$e(t) = \sum_{p=0}^{\infty} (-1)^p \frac{2A}{\pi(2p+1)} \cos(2p+1)\omega t$$

Tension créneau appliquée à l'entrée d'un filtre passe bande.

Pour chaque terme de pulsation $(2p+1)\omega$, l'amplitude du terme de sortie correspondant est

$$\text{calculée selon : } S_{op} = |H(j(2p+1)\omega)| \cdot \frac{2A}{\pi(2p+1)} = \frac{1}{\sqrt{1+Q^2 \left(\frac{(2p+1)\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{(2p+1)\omega} \right)^2}} \frac{2A}{\pi(2p+1)}$$

Expression dans laquelle $\omega = 2\pi/T$ est la pulsation du générateur produisant le signal créneau.

Le facteur de qualité étant relativement élevé ($Q = 5$), la réponse ne sera notable que pour des composantes sinusoïdales dont la pulsation est proche de la pulsation de résonance ω_0 .

Si l'on fait varier continuellement la pulsation ω du générateur de $0,1\omega_0$ à $2\omega_0$, on aura une tension significative en sortie de filtre chaque fois que l'un des termes du Développement en Série de Fourier de $e(t)$ aura sa pulsation en accord avec le filtre, c'est-à-dire quand on aura $(2p+1)\omega \approx \omega_0$.

Examiner en particulier les cas $\omega = 0,2\omega_0$; $\omega = \omega_0$ et $\omega = 2\omega_0$.

Pour $\omega = 0,2\omega_0$, on aura $5\omega = \omega_0$, l'harmonique 5 ($p = 2$) est donc au centre de la bande passante du filtre. Le gain vaut 1 pour cette composante, l'amplitude en sortie vaut donc : $2A/5\pi = 0,13A$.

pour l'harmonique 3 ($p = 1$), l'amplitude en sortie vaudra : $\frac{1}{\sqrt{1+5^2 \left(0,6 - \frac{1}{0,6} \right)^2}} \frac{2A}{3\pi} = 0,040A$

pour l'harmonique 7 ($p = 3$), l'amplitude en sortie vaudra : $\frac{1}{\sqrt{1+5^2 \left(1,4 - \frac{1}{1,4} \right)^2}} \frac{2A}{7\pi} = 0,065A$

Les autres termes harmoniques sont situés nettement hors de la bande passante du filtre et auront une amplitude négligeable. Par exemple le fondamental, de pulsation $0,1\omega_0$ ($p = 0$) aura une

amplitude en sortie valant $\frac{1}{\sqrt{1+5^2 \left(0,1 - \frac{1}{0,1} \right)^2}} \frac{2A}{\pi} = 0,013A$

Pour $\omega = \omega_0$, le fondamental ($p = 0$) est au centre de la bande passante. Son amplitude en sortie sera $2A/\pi = 0,64A$.

L'harmonique de rang 3 aura pour amplitude en sortie : $\frac{1}{\sqrt{1+5^2 \left(3 - \frac{1}{3} \right)^2}} \frac{2A}{3\pi} = 0,016A$

les autres harmoniques auront des amplitudes négligeables.

Pour $\omega = 2\omega_0$ toutes les composantes harmoniques sont situées largement hors de la bande passante. Pour le fondamental : son amplitude en sortie sera : $\frac{1}{\sqrt{1+5^2 \left(2 - \frac{1}{2} \right)^2}} \frac{2A}{\pi} = 0,084A$

7. Stabilité d'un circuit :

$i_- = 0$, on a donc un diviseur de tension (R,R) sur la borne (-), alimenté sous la tension V_S : $V_- = V_S/2$.

$i_+ = 0$, toujours par la formule du diviseur de tension :

$$V_+ = \frac{R}{R + \frac{1}{jC\omega} + jL\omega} V_S$$

L'AO étant idéal et supposé en fonctionnement linéaire : $V_+ = V_-$.

$$\text{qui amène : } \frac{V_S}{2} = \frac{jRC\omega}{1 + jRC\omega - LC\omega^2}$$

On tire : $(1 - jRC\omega - LC\omega^2).V_S = 0$

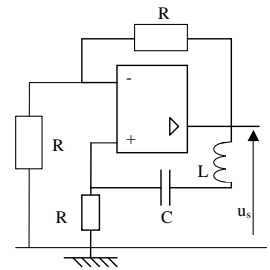
Cette équation, écrite en RSF, permet d'obtenir l'équation différentielle en régime libre du circuit :

$$V_S(t) - RC \frac{dV_S}{dt} + LC \frac{d^2V_S}{dt^2} = 0$$

Les coefficients de cette équation différentielle ne sont pas tous de même signe.

Le circuit proposé est donc instable.

$V_S(t)$ va donc avoir tendance à diverger (jusqu'à amener l'AO à saturation).



8. Simulation d'un circuit R,L,C ; oscillateur :

1°)

a) l'impédance d'entrée du circuit est $Z_e = V_e / i_e$

$$V_e = \left(\frac{1}{jC_2\omega} + R_1 \right) i_e + R_2 (i_e + i)$$

La tension aux bornes de R_1 est identique à celle existant aux bornes de

$$C_1, \text{ car } V_+ = V_- . \text{ Soit : } R_1 i_e = \frac{1}{jC_1\omega} i$$

$$\text{En éliminant } i, \text{ on obtient : } Z_e = R_1 + R_2 + jR_1R_2C_1\omega + \frac{1}{jC_2\omega}$$

b) Par identification à l'impédance d'un circuit RLC série d'expression : $R_{\text{éq}} + jL_{\text{éq}}\omega + (1/jC_{\text{éq}}\omega)$ on obtient donc : $R_{\text{éq}} = R_1 + R_2$; $L_{\text{éq}} = R_1R_2C_1$ et $C_{\text{éq}} = C_2$.

$$\text{c) pulsation de résonance } \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{L_{\text{éq}}C_{\text{éq}}}} = \frac{1}{\sqrt{R_1R_2C_1C_2}}$$

$$\text{facteur de qualité } Q_0 = \frac{1}{R_{\text{éq}}} \sqrt{\frac{L_{\text{éq}}}{C_{\text{éq}}}} = \frac{1}{R_1 + R_2} \sqrt{\frac{R_1R_2C_1}{C_2}}$$

2°) a) Voir cours : résonance du circuit RLC série : résonance d'intensité.

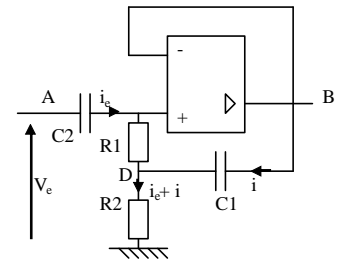
b) Le circuit à résistance négative se comporte de façon équivalente à un résistor de résistance $-R_o$. Le circuit est donc équivalent à un circuit RLC série placé en régime libre où seraient associés les dipôles $R_{\text{éq}}$, $L_{\text{éq}}$, $C_{\text{éq}}$ et $-R_o$.

L'équation différentielle du circuit est :

$$L_{\text{éq}} \frac{d^2i}{dt^2} + (R_{\text{éq}} - R_o) \frac{di}{dt} + \frac{1}{C_{\text{éq}}} i(t) = 0$$

$$\text{de forme : } \frac{d^2i}{dt^2} + \frac{(R_{\text{éq}} - R_o)}{L_{\text{éq}}} \frac{di}{dt} + \frac{1}{L_{\text{éq}}C_{\text{éq}}} i(t) = \frac{d^2i}{dt^2} + 2\alpha\omega_o \frac{di}{dt} + \omega_o^2 i(t) = 0$$

$$\text{En identifiant : } \omega_o = \frac{1}{\sqrt{L_{\text{éq}}C_{\text{éq}}}} \text{ et } \alpha = \frac{R_{\text{éq}} - R_o}{2} \sqrt{\frac{C_{\text{éq}}}{L_{\text{éq}}}}$$



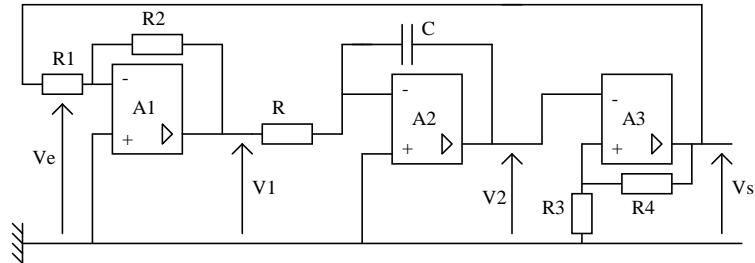
Le signe de α est positif si $R_{\text{éq}} > R_o$ et négatif si $R_{\text{éq}} < R_o$.

La condition d'oscillation du système est donnée par $\alpha = 0$. Le système va alors entrer en oscillation. En pratique, l'amplitude des oscillations sera limitée par des phénomènes de saturation intervenant dans l'amplificateur opérationnel du montage à résistance négative.

A.O. EN REGIME NON LINEAIRE :

Ce type de montage sera étudié en TP-cours. On propose ci-après un exercice sur ce thème.

9. Oscillateur de relaxation :



Repérons d'abord les fonctions des montages relatifs aux différents A.O. : A1 : montage amplificateur inverseur, A2 : montage intégrateur et A3 : montage comparateur à hystérésis. Notons que $V_s = V_e$.

1°) A l'instant $t = 0$, la tension de sortie V_s est égale à $V_s = +V_{\text{sat}}$. Le condensateur de capacité C n'est pas chargé. Etudions l'évolution de $V_2(t)$ jusqu'au basculement de $V_s(t)$.

En supposant $V_2(0) = 0$ et $V_s = +V_{\text{sat}}$ en $t = 0$:

dans la première phase des signaux, $V_1 = (-R_2/R_1)V_{\text{sat}}$.

Le circuit intégrateur relie V_2 à V_1 par : $V_2(t) = \frac{-1}{RC} \int_0^t V_1(t') dt' + V_2(0)$

ce qui conduit ici à : $V_2(t) = (R_2 V_{\text{sat}} / (R_1 RC)) \cdot t$

Cette phase cesse quand on déclenche un premier basculement du comparateur, lorsque V_2 atteint la valeur : $\beta \cdot V_{\text{sat}}$ avec $\beta = R_3 / (R_3 + R_4)$.

V_s passe alors à la valeur $-V_{\text{sat}}$ et V_1 passe donc à $(R_2/R_1)V_{\text{sat}}$. Notons t_o le début de cette seconde

phase. A partir de t_o , on aura : $V_2(t) = \frac{-1}{RC} \int_{t_o}^t V_1(t') dt' + V_2(t_o) = \frac{-R_2}{RR_1 C} V_{\text{sat}} (t - t_o) + V_2(t_o)$

V_2 va décroître linéairement avec le temps jusqu'au basculement suivant, qui aura lieu quand V_2 atteint la valeur $-\beta \cdot V_{\text{sat}}$. $V_2(t)$ remonte alors linéairement avec le temps ; on se retrouve alors à la situation initiale.

La durée de la seconde phase est le temps Δt mis pour que V_2 passe de βV_{sat} à $-\beta V_{\text{sat}}$:

$$2\beta \cdot V_{\text{sat}} = \frac{R_2}{RR_1 C} \Delta t \cdot V_{\text{sat}}$$

La troisième phase consistant en la montée de V_2 depuis $-\beta V_{\text{sat}}$ jusqu'à $+\beta V_{\text{sat}}$ est de même durée.

La période des signaux est donc $T = 4\beta \cdot RC \cdot (R_1 / R_2)$.