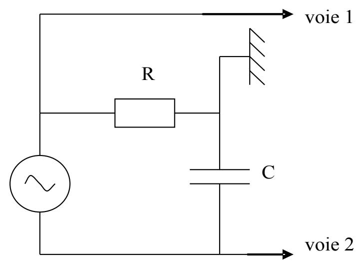
Circuits électriques en Régime Sinusoïdal forcé (RSF) (1ère série).

(Corrigé)

1. Exploitation d'un relevé expérimental :



a) Le montage ci-contre, qui a priori permettrait d'avoir à l'oscilloscope une image de $u_R(t)$ en voie 1 et de $u_C(t)$ en voie 2 n'est pas réalisable car elle introduirait une mise en court circuit du condensateur ou du résistor par les masses d' oscilloscope et du GBF. (voir TP).

b) On mesure T = 1,0 ms donc f = 1,0 kHz ;
$\varphi_C = 2\pi.\Delta t/T$ avec $\Delta t = -0{,}25$ ms (u_C est en retard sur u_R) et T = 1,0 ms d'où $\varphi_C = -\pi/2$;
l'amplitude de $u_R(t)$ est de 4,2 V donc en valeur efficace $U_R = 4{,}2/\sqrt{2} = 3{,}0$ V

Comme $u_R(t) = U_R\sqrt{2}\sin\omega t = U_R\sqrt{2}\cos(\omega t-\pi/2)$: $\varphi_{UR} = -\pi/2$;
De même $U_C = 0{,}66/\sqrt{2} = 0{,}47$ V et $\varphi_{UC} = -\pi$ car $u_R(t) = -U_C\sqrt{2}\cos\omega t$

c) La même intensité traverse R et C ; en notation complexe $u_C = (1/jC\omega).i$ et $u_R = R.i$; donc en valeurs efficaces : $I = U_R/R = C\omega U_C$ d'où $C = U_R/(R\omega U_C)$ qui donne C = 1,0 µF.

d) additionner u_R et u_C en complexes : $u(t) = (1/jC\omega + R).i$ avec $i = u_R/R$. on tire $U = \sqrt{1+\dfrac{1}{R^2C^2\omega^2}}U_R$ soit

numériquement : U = 3,0 V(sic)
et $\varphi = \arg(\underline{u}/\underline{i}) = \arg(R+1/jC\omega)$ soit $\varphi = \operatorname{atan}(-1/RC\omega) = -0{,}16$ rad donc $\varphi_U = -\pi/2-0{,}16$

2. Diviseur de tension :
On branche en série un résistor R = 1 kΩ et un condensateur C = 0,1 µF. L'ensemble est alimenté sous une tension efficace U = 1 V à la fréquence f = 1000 Hz.

$u(t) = U\sqrt{2}\cos\omega t$ est la référence des phases. En notation complexe : $u = u_R + u_C = R.i + (1/jC\omega)i$

On tire $u_R = \dfrac{jRC\omega}{1+jRC\omega}u$ et $u_C = \dfrac{1}{1+jRC\omega}u$

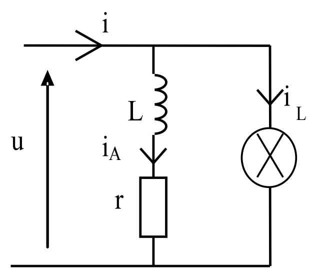
d'où : $U_R = \dfrac{RC\omega}{\sqrt{1+R^2C^2\omega^2}}U$ et $\varphi_R = \pi/2 - \arg(1+ j\,RC\omega)$

numériquement : $U_R = 0{,}532$ V ; $\varphi_R = 58$ ° ;

de même : $U_C = \dfrac{1}{\sqrt{1+R^2C^2\omega^2}}U$ et $\varphi_C = -\arg(1+ j\,RC\omega)$

numériquement : $U_C = 0{,}847$ V ; $\varphi_C = -32$ °.

3. Circuit parallèle :



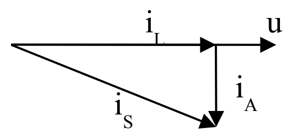
a) $i_L = u / R$ donc $I_L = U/R$; $i_A = u / Z$ avec $Z = r + jL\omega$

donc $I_A = \dfrac{U}{\sqrt{r^2+L^2\omega^2}}$

$i_S = i_A + i_L = u.(1/R + 1/(r + jL\omega))$ donc $i_S = u\dfrac{r+jL\omega+R}{R(r+jL\omega)}$

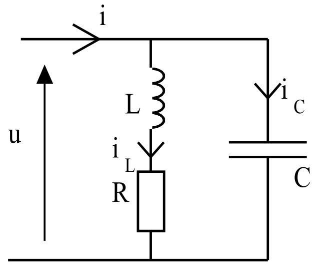
soit : $I_S = U\dfrac{\sqrt{(r+R)^2+L^2\omega^2}}{R\sqrt{r^2+L^2\omega^2}}$ et $\varphi = arg(r+R+jL\omega) - arg(r+jL\omega)$

soit : $\varphi = a\tan\left(\dfrac{L\omega}{r+R}\right) - a\tan\left(\dfrac{L\omega}{r}\right)$



Numériquement : $I_L = 0{,}45$ A ; $I_A = 12{,}0$ A ; $I_S = 12{,}2$ A ; $\varphi = 63{,}5$ °.

4. On donne, pour le circuit ci-contre : R = 500 Ω ; C = 1,00 μF ; L = 500 mH.
La tension d'alimentation, de fréquence 50,0 Hz, admet une amplitude U_M = 311 V.



$i_C = jC\omega.u$ donc $I_C = C\omega U$ avec $U = U_M/\sqrt{2}$

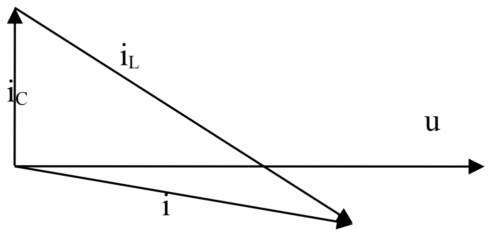
$i_L = u/(R+jL\omega)$ donc : $I_L = \dfrac{U}{\sqrt{R^2 + L^2\omega^2}}$

et $-\varphi_L = \arg(u) - \arg(R+jL\omega) = -\text{atan}(L\omega/R)$.

$i = i_L + i_C$ soit $i = \dfrac{u}{R+jL\omega} + \dfrac{u}{1}jC\omega = \dfrac{u\left(1 - LC\omega^2 + jRC\omega\right)}{R+jL\omega}$

Il vient : $I = \dfrac{U\sqrt{\left(1-LC\omega^2\right)^2 + \left(RC\omega\right)^2}}{R^2+L^2\omega^2}$ et $\varphi = a\tan\left(\dfrac{RC\omega}{1-LC\omega^2}\right) - a\tan\left(\dfrac{L\omega}{R}\right)$

Numériquement : U = 220 V ; i_L : 420 mA , -17,4° ; i_C : 69,0 mA, 90° ; i : 405 mA, -8,0°.



5. On réalise un circuit RLC parallèle alimenté par un générateur de tension de f.é.m. e(t).

a) Le circuit proposé étant formé de dipôles en dérivation, on pourra raisonner en admittances. Pour les valeurs de capacité C_1 et C_2 , on aura même valeur efficace d'intensité I ; le circuit présente donc la même admittance, tout du moins en module.

Soit : $\left|\dfrac{1}{R} + jC_1\omega + \dfrac{1}{jL\omega}\right| = \left|\dfrac{1}{R} + jC_2\omega + \dfrac{1}{jL\omega}\right|$

donc : $\dfrac{1}{R^2} + \left(C_1\omega - \dfrac{1}{L\omega}\right)^2 = \dfrac{1}{R^2} + \left(C_2\omega - \dfrac{1}{L\omega}\right)^2$

dont on tire deux solutions : $C_1 = C_2$ (sans intérêt !) ou $C_1\omega - \dfrac{1}{L\omega} = -C_2\omega + \dfrac{1}{L\omega}$

qui donne : $L = 2/((C_1+C_2)\omega^2)$ soit L = 0,200 H.

b) L'intensité sera minimale quand le module de l'admittance sera minimal. Soit pour $\dfrac{1}{R^2} + \left(C_o\omega - \dfrac{1}{L\omega}\right)^2$ minimal donc pour : $C_o\omega = \dfrac{1}{L\omega}$ soit $C_o = (C_1+C_2)/2$ soit C_o = 5,00 μF.

c) On calcule sans difficulté : $I_o = E\sqrt{\dfrac{1}{R^2} + \left(C_o\omega - \dfrac{1}{L\omega}\right)^2} = 20{,}0$ mA

et $I_1 = E\sqrt{\dfrac{1}{R^2} + \left(C_1\omega - \dfrac{1}{L\omega}\right)^2} = I_2 = E\sqrt{\dfrac{1}{R^2} + \left(C_2\omega - \dfrac{1}{L\omega}\right)^2} = 26{,}9$ mA