# MAGNETOSTATIQUE

## 1. Champ magnétique du modèle de Bohr :

Dans le modèle de l'atome d'hydrogène proposé par Niels Bohr (1913), l'électron, de masse $m = 9{,}11.10^{-31}$ kg, décrit une orbite circulaire de rayon a = 0,0532 nm autour du noyau de masse $M = 1{,}67.10^{-27}$ kg. On donne $G = 6{,}67.10^{-11}$ usi et $\varepsilon_0 = 8{,}85.10^{-12}$ $F.m^{-1}$.

1°) En supposant légitime de calculer la force subie par l'électron par la loi de Coulomb de l'électrostatique et d'utiliser la mécanique newtonienne classique pour analyser le mouvement, calculer la vitesse v de l'électron. Montrer que les valeurs de v/c (où $c \approx 3.10^8$ m/s) et des forces en présence justifient ces hypothèses.

2°) En assimilant le mouvement de l'électron à une spire parcourue par un courant continu, donner l'expression de l'intensité I de celui-ci en fonction de la charge élémentaire de l'électron $-e = -1{,}60.10^{-19}$ C et de la vitesse angulaire $\omega$. En déduire le champ magnétique créé par le mouvement de l'électron au voisinage du proton dans le cadre de ce modèle.

*R : $B = \mu_o e.v/4\pi a^2$*

## 2. Champ magnétique créé par une nappe de fils :

Une nappe est constituée de fils parallèles, disposés selon un plan, à raison de n fils par unité de longueur. Chaque fil est parcouru par un même courant d'intensité I. La nappe est considérée d'extension illimitée.

Par une étude des symétries du problème, déterminer la géométrie du champ magnétique créé par ces fils. Puis calculer ce champ en tout point de l'espace en appliquant le théorème d'Ampère selon un contour judicieusement choisi.

*R : Prendre un contour rectangulaire. $B = \mu_o nI/2$*

## 3. Champ créé par un tore circulaire :

Un tore circulaire est le volume généré par la rotation d'un cercle autour d'un axe situé dans son plan, passant par un point extérieur au disque délimité par ce cercle.

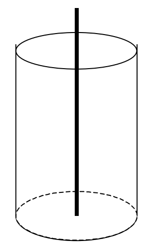
Un circuit est constitué de N spires enroulées selon un tore de rayon R à section circulaire de rayon a. On néglige l'épaisseur des fils, ce qui permet de distinguer l'espace en un domaine intérieur au tore et un domaine extérieur.

Faire une étude des symétries du problème et en déduire la géométrie du champ magnétique créé par ce tore. Que vaut le champ créé au centre O du tore ?

Montrer à l'aide du théorème d'Ampère que ce champ est nul à l'extérieur du tore, et donner son expression dans le domaine intérieur.

*R : Utiliser des contours formés d'arcs de cercle, reliés par des radiales. $B = \mu_o NI/2\pi r$.*

## 4. Champ magnétique créé par un conducteur coaxial :

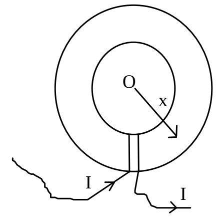


On considère un câble coaxial cylindrique infini constitué d'un conducteur central filiforme séparé par un couche isolante cylindrique d'une couche périphérique constituée d'une tresse métallique à section circulaire, d'épaisseur faible. Le courant d'intensité I passe à un instant donné dans un sens dans le conducteur intérieur et revient dans l'autre sens dans le conducteur extérieur.

Calculer le champ magnétique B créé dans l'espace interconducteur, et à l'extérieur du câble.

*R : B est nul à l'extérieur.*

## 5. Champ magnétique créé par un anneau épais :




On souhaite calculer le champ B produit en son centre par un anneau découpé dans un disque mince d'épaisseur e, de largeur 2a et de rayon moyen r, quand il est parcouru par un courant d'intensité I. L'anneau est constitué d'un métal ayant les propriétés d'un conducteur ohmique, traduites par la relation $\mathbf{j} = \gamma.\mathbf{E}$, correspondant à une écriture microscopique de la loi d 'Ohm U = RI

1°) On veut établir l'expression de **j**. Ecrire l'expression de la tension U existant le long d'une ligne de courant sur l'ensemble de l'anneau et montrer que **j** est de forme **j** = K/x $\mathbf{e}_\theta$.
Exprimer l'intensité I traversant l'anneau et en déduire :

$$\vec{j} = j(x)\vec{e}_\theta = \frac{I}{xe.Ln\dfrac{r+a}{r-a}}\vec{e}_\theta$$

x étant la distance à l'axe, au point considéré.

2°) On peut décomposer l'anneau en spires circulaires, de rayon x, de largeur dx et d'épaisseur e. Quelle intensité dI parcourt-elle chaque spire ?
Calculer le champ B régnant au centre et examiner le cas où 2a << r.
*R : 2°) dI = j(x).e.dx. Par la loi de Biot et Savart :*

$$d\vec{B} = \frac{\mu_o I.dx}{x^2.Ln\dfrac{r+a}{r-a}}\vec{e}_z$$

*que l'on intègre.*

*Pour 2a << r : B ≈ $\mu_o$I/2r, champ créé par une spire circulaire en son centre.*

**6. Champ magnétique créé par une sphère en rotation :**
Une sphère de rayon R portant une densité surfacique de charge uniforme σ tourne autour de son diamètre (Oz) avec une vitesse angulaire ω constante.
La surface de la sphère peut être découpée en couronnes sphériques, de largeur R.dθ, assimilable à des spires de courant ; exprimer l'intensité dI pour chacune de ces spires.
Calculer le champ magnétique au centre de la sphère, en sommant les contributions dûes à chaque spire.
*R : dI = σR.dθ.Rω.sinθ. Par la loi de Biot et Savart et en intégrant : B = 2$\mu_o$σωR/3.*

**Approximation dipolaire :**

**7. Spire carrée :**
Calculer le champ magnétique créé par une portion de fil, traversée par un courant d'intensité I en un point de son plan médiateur.
Une spire parcourue par un courant d'intensité I a la forme d'un carré de côté a. Soit M, un point situé sur l'axe de la spire, d'abscisse x, décomptée à partir de son centre O.
Déduire du calcul précédent, par superposition, le champ créé en M par la spire.
Montrer que lorsque x devient grand devant a, on retrouve l'expression du champ créé par un dipôle magnétique, de moment dipolaire I.a².
On rappelle : $\vec{B} = \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{1}{r^3}\left(3\frac{\vec{M}\cdot\vec{r}}{r^2}\vec{r} - \vec{M}\right)$ expression intrinsèque du champ créé par un dipôle.

**8. Solénoïde vu à grande distance :**
On envisage un solénoïde circulaire possédant N spires de même rayon a et de même axe (Oz) réparties régulièrement le long d'un cylindre de longueur L et parcourues par un courant d'intensité I.
1°) Donner l'expression du champ en un point de cote z de l'axe (Oz). On place l'origine O sur l'une des faces du solénoïde.
2°) En s'éloignant du solénoïde, on a z >> a et z >> l. En déduire par un développement limité la partie principale de B(z) et interpréter celle-ci à l'aide du concept de dipôle magnétique.
*R :* $B(z) = \frac{\mu_o NI}{2L}(\cos\alpha_1 - \cos\alpha_2)$ *avec* $\cos\alpha_1 = \frac{z}{\sqrt{a^2+z^2}} \approx 1 - \frac{a^2}{2z^2}$ *et*
$\cos\alpha_2 = \frac{z-L}{\sqrt{a^2+(z-L)^2}} \approx 1 - \frac{a^2}{2(z-L)^2} \approx 1 - \frac{a^2}{z^2} - \frac{a^2L}{z^3}$