

OPTIQUE GEOMETRIQUE

Un peu de méthode !

Voici quelques conseils à suivre afin d'aborder les exercices de façon constructive.

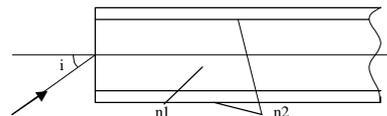
- 1) Avant de s'engager sur ces exercices, le préliminaire nécessaire est une bonne acquisition du cours :
 - avoir appris les définitions et relations essentielles,
 - connaître les relations de conjugaison, les expressions des grandissements, et savoir les rétablir à partir des figures.
 - maîtriser le tracé des rayons lumineux pour toutes situations.
- 2) Les grandeurs intervenant en optique géométrique sont algébriques : attention aux signes !
- 3) Les exercices proposés sont souvent constitués d'une application directe du cours. Néanmoins, la représentation du problème posé, la traduction de la question en un processus de résolution demandera parfois un peu de réflexion préalable. La représentation graphique est une aide précieuse, il faut la tracer soigneusement.
- 4) Au niveau Sup/Spé, les systèmes centrés constitués d'une association de plusieurs lentilles ou miroirs ne seront abordés qu'en les décomposant. Ainsi, un problème faisant intervenir par exemple deux lentilles L_1 et L_2 sera résumé par le diagramme : $A \xrightarrow{L_1} A_1 \xrightarrow{L_2} A_2$. Le tracé des images intermédiaire (A_1) puis définitive (A_2) se fera pas à pas, c'est à dire que le problème peut être scindé en deux conjugaisons : $A \xrightarrow{L_1} A_1$ d'une part et $A_1 \xrightarrow{L_2} A_2$ d'autre part. Les relations de conjugaisons s'appliqueront de même respectivement sur L_1 (L_2) pour déterminer A_1 (A_2) à partir de A (A_1).
- 5) Attention néanmoins au sens de parcours de la lumière dans les lentilles (voir exercice 7)

RELATION DE DESCARTES ; REFRACTION LIMITE.

1. Transmission de la lumière à travers une fibre optique :

Une fibre optique est formée d'une âme en verre d'indice $n_1 = 1,66$ entourée d'une gaine en verre d'indice $n_2 = 1,52$.

Quelle est la valeur maximale de l'angle d'incidence i pour laquelle la lumière est transmise le long de la fibre ?



R : il faut la réflexion totale. $i_{max} = \arcsin \sqrt{n_1^2 - n_2^2}$

2. Etude du prisme :

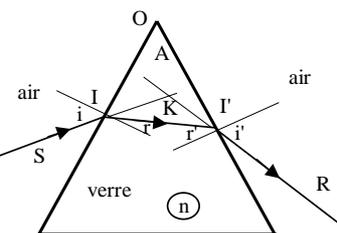
On appelle prisme un milieu transparent que nous supposons homogène et isotrope d'indice n limité par deux dioptries plans non parallèles. On appelle arête du prisme la droite selon laquelle se coupent les deux dioptries et plan de section principale tout plan perpendiculaire à l'arête.

La figure ci-contre est faite dans un plan de section principale.

Le prisme est baigné par l'air indice 1. Un rayon incident SI est dans le plan de section principale.

Les angles indiqués sont tous compris entre 0 et $\pi/2$ (90°).

1) Ecrire les lois de Descartes en I et I' et montrer que le rayon $I'R$,



lorsqu'il existe, est dans le plan de section principale.

2) Le rayon réfracté II' existe-t-il toujours ? Qu'en est-il du rayon émergent $I'R$? Faire apparaître une valeur limite r'_o pour l'angle r'

3) Exprimer A en fonction de r et r' . Calculer la valeur i_o d'incidence limite pour laquelle le rayon émergent disparaît. On donne $A = 60^\circ$ et $n = 1,5$.

4) La déviation du prisme est l'angle D que fait $I'R$ (lorsqu'il existe) avec SI . Calculer D en fonction de i , i' , A . Calculer la valeur D_o correspondant à $i = i_o$.

5) Montrer, en utilisant le principe du retour inverse de la lumière, qu'une valeur donnée de la déviation D correspond à deux valeurs possibles pour l'incidence i . Dans le cas particulier où le tracé des rayons est symétrique par rapport au plan bissecteur du prisme (soit pour $i = i'$), on admettra que D présente un minimum D_m que l'on calculera. Tracer une allure de la courbe $D(i)$.

6°) Expliciter l'indice n en fonction de D_m et A . Quel est l'intérêt de cette relation ?

7°) Cette dernière question n'est abordable qu'après avoir acquis la notion de différentielle (voir chapitre « outils mathématiques »).

L'existence d'un minimum de déviation D_m peut s'établir en différentiant les expressions reliant i , i' , r , r' , D et A . Etablir la relation : $dD = \left(1 - \frac{\cos i \cdot \cos r'}{\cos i' \cdot \cos r}\right) di$. En déduire que $D = D_m$ pour $i = i'$ et retrouver alors la relation du (6°).

R : 1°) loi de Descartes ; $\sin i = n \sin r$ et $n \sin r' = \sin i'$; 2°) réfraction limite ; $\sin r'_o = 1/n$; 3°) Dans $(O I I')$, $\pi = A + (\pi/2 - r) + (\pi/2 - r')$ d'où $A = r + r'$; $i_o = 28^\circ$; 4°) Dans $(K I I')$: $\pi = (\pi - D) + (i - r) + (i - r')$ d'où $D = i + i' - A$;

$D_o = 58^\circ$; 6°) $n = \frac{\sin \frac{A + D_m}{2}}{\sin \frac{A}{2}}$; 7°) Minimum de déviation : $\frac{dD}{di} = 0$ qui amène : $(n^2 - 1)(\sin^2 i - \sin^2 i') = 0$

MIROIRS SPHERIQUES

3. Miroir convexe :

On considère un miroir sphérique convexe de sommet S de rayon $R = 1,5$ m. Trouver la position A d'un objet lorsque l'image est réelle, droite, et trois fois plus grande que l'objet. On dispose en outre d'une lentille de focale $f = 0,5$ m. Proposer un montage permettant de réaliser expérimentalement cette situation.

R : utiliser la relation de conjugaison. on tire : $\overline{SA} = R/3$. L'objet doit être virtuel. Il est constitué d'une image réelle formée par la lentille à partir d'un objet réel.

4. Miroir concave :

On considère un miroir sphérique concave de rayon $R = 1,6$ m. Trouver la position d'un objet lorsque l'image est réelle, droite, et trois fois plus petite que l'objet.

R : à partir de la relation de conjugaison et de la relation de grandissement, on calcule $\overline{SA} = -\overline{SC}$

5. Association de deux miroirs :

Deux miroirs sphériques concaves de même rayon R , l'un concave nommé M_1 , l'autre convexe nommé M_2 , sont associés de façon à ce que leurs faces réfléchissantes soient en regard, le centre C_1 de M_1 se trouve à mi-distance des deux sommets. Un objet AB de taille 3 cm est placé dans le plan de C_1 . Construire la position des images obtenues à travers M_1 , M_2 , M_1 puis M_2 , M_2 puis M_1 . Calculer la position et le grandissement de l'image finale $A'B'$ dans les deux derniers cas.

R : Premier cas : $A'B'$ à 33 cm en arrière de S_2 , taille 1 cm. Second cas : $A'B'$ à 64 cm en avant de S_2 , taille 0,09 cm

LENTILLES MINCES

6. Montage $4f'$ d'une lentille mince convergente :

Un objet AB est situé à une distance $2f'$ en avant d'une lentille mince convergente de distance focale image f' . Où se trouve l'image A'B' ? Quel est le grandissement ?

$$R : \gamma = -1$$

7. Méthode d'autocollimation :

On étudie ici une situation permettant la mesure de la focale d'une lentille convergente.

On accole une lentille mince convergente de distance focale f' et un miroir plan. On éclaire ce dispositif au moyen d'un petit objet lumineux. La lumière issue de l'objet va alors traverser la lentille, se réfléchir sur le miroir, puis traverser à nouveau la lentille en sens inverse. Quelle est la position de l'objet lorsque l'image finale se forme dans le plan de l'objet ? La déterminer par le calcul, puis faire la construction.

R : Ecrire les relations de conjugaison. Attention à l'écriture de la relation de conjugaison pour la deuxième traversée de la lentille (la focale est algébrique). $\overline{OA} = -f'$; l'objet est dans le plan focal.

8. Foyers d'un doublet :

Un doublet est formé d'une lentille L_1 convergente de distance focale 15 cm et d'une lentille L_2 convergente de distance focale 10 cm, les centres optiques des deux lentilles étant distants de 5 cm.

Déterminer les positions des foyers du doublet par construction et par le calcul.

$$R : F' \text{ conj. de } F'_1 \text{ par } L_2, F \text{ conj. de } F_2 \text{ par } L_1. \text{ Par les formules de Newton : } \overline{F'_2 F'} = -5 \text{ cm et } \overline{F_1 F} = +11,25 \text{ cm}$$

9. Doublet afocal :

Une lentille convergente de 0,3 m de distance focale et une lentille divergente de 0,1 m de distance focale sont distantes de 0,2 m. Où faut-il placer une source lumineuse pour que ce doublet donne un faisceau de rayons parallèles.

R : à l'infini dans l'espace objet de la première lentille (le foyer du doublet est renvoyé à l'infini). Concrètement, on placera une source lumineuse au foyer objet d'une troisième lentille.

10. Lunette de Galilée :

Une lunette de Galilée est constituée d'une première lentille mince convergente (L_1) de distance focale $f'_1 = 0,3$ m (objectif) et d'une seconde lentille mince divergente (L_2) de distance focale $f'_2 = -0,12$ m (oculaire).

1) On souhaite observer un objet très éloigné, sans effort d'accommodation de l'œil. Comment doit-on disposer les deux lentilles ? L'objet éloigné est vu sous un angle α à l'œil nu. Il est observé sous un angle α' dans la lunette. Déterminer le grossissement $G = \alpha' / \alpha$

2) Au moyen de cette lunette, on veut projeter l'image sur un écran d'un objet très éloigné vu sous le diamètre apparent 1° . Pour ce, on dérègle un peu la lunette : les lentilles sont maintenant distantes de 0,22 m. Déterminer les caractéristiques de l'image projetée finalement.

$$R : 1) \text{ il faut régler la lunette en système afocal : } F'_1 \text{ doit se trouver en } F_2, \text{ donc } d = \overline{O_1 O_2} = 0,18 \text{ m}$$

$$G = -f'_1 / f'_2. \quad 2) \text{ Image réelle, renversée. } \infty \rightarrow A_1 B_1 \rightarrow A' B'. \quad A_1 = F'_1, \text{ donc } F'_1 \rightarrow A', \text{ par la relation de conjugaison : } \overline{O_2 A'} = \frac{f'_2 \cdot (f'_1 - d)}{f'_1 + f'_2 - d}. \quad \overline{A' B'} = \frac{\alpha \cdot f'_2 \cdot f'_1}{f'_1 + f'_2 - d}; \quad \overline{O_2 A'} = 0,24 \text{ m}; \quad \overline{A' B'} = 1,6 \text{ cm}$$

11. Téléobjectif :

Un téléobjectif d'appareil photographique est constitué d'une lentille convergente (L_1) de distance focale $f'_1 = 0,06$ m et d'une lentille divergente (L_2) de distance focale $f'_2 = -0,08$ m. Les centres optiques des deux lentilles sont distants de $d = \overline{O_1O_2} = 0,02$ m. La pellicule photographique est placée dans le plan focal image du téléobjectif.

- 1) Où faut-il disposer cette pellicule ?
- 2) Construire l'image d'un objet très éloigné. Calculer la position du foyer image du téléobjectif.
- 3) L'objet très éloigné est vu sous un diamètre apparent de $1'$. Déterminer la grandeur de l'image.

R : 1) plan focal ; 2) F' conj. de F'_1 par L_2 . $\overline{O_1F'} = +10\text{cm}$; 3) Construire l'image $A'B'$ à partir d'un rayon incident faisant un angle $\alpha = 1'$ (pour la construction : $\alpha = 30^\circ$).

Par une étude géométrique du schéma : $\overline{A'B'} = \frac{-f'_1 f'_2 \alpha}{f'_1 - d}$ d'où : $A'B' = 3,5 \cdot 10^{-5}$ m.

12. Viseur :

Un oculaire est formé d'un doublet de lentilles minces convergentes, de distances focales $f'_1 = 6$ cm, $f'_2 = 6$ cm distantes de $d = 4$ cm.

- 1) Déterminer les positions des foyers de ce doublet.
- 2) On adjoint à cet oculaire un objectif de distance focale $f' = 30$ cm de manière à réaliser un viseur. Entre quelles limites le tirage doit-il varier pour qu'un observateur voie nettement sans accommodation les objets situés entre 50 cm de l'objectif et l'infini (le tirage est la distance existant entre le centre optique de l'objectif et le centre optique de la première lentille de l'oculaire).

R : 1) $\overline{F'_2 F'} = -4,5\text{cm}$ et $\overline{F_1 F} = +4,5\text{cm}$ 2) sans accommodation : vision à l'infini, donc l'image donnée par l'objectif doit se former au foyer objet de l'oculaire. Le tirage devra varier de 31,5 cm à 76,5 cm.

SYSTEMES CATADIOPTRIQUES

13. Association d'une lentille et d'un miroir :

Un système optique est formé d'une lentille mince de distance focale 0,3 m et d'un miroir plan disposé à 0,15 m derrière la lentille. Déterminer la position de l'image que ce système donne d'un objet situé à 0,15 m en avant de la lentille.

R : image réelle, 0,6 m avant la lentille, avec un grandissement $\gamma = -2$.

14. Miroir équivalent :

On considère le système optique formé d'une lentille mince convergente L (centre O, distance focale $f' = 1,5$ m) et d'un miroir sphérique concave (sommet S, rayon $R = 1$ m) avec $\overline{OS} = 1\text{m}$. Montrer que ce système est équivalent à un miroir sphérique unique, dont on précisera le centre C_{eq} et le sommet S_{eq} .

R : Partir des propriétés de C et S pour un miroir. $C_{\text{eq}} = C$ et $\overline{OS}_{\text{eq}} = 3$ m.

15. Construction de l'image donnée par un système catadioptrique :

Un système optique est formé d'un miroir sphérique concave de distance focale 0,1 m et d'une lentille mince convergente de distance focale 0,2 m. La distance entre la lentille et le miroir est 0,3 m. Un objet est placé à 40 cm de la lentille. Construire son image à travers le système, la lumière traversant la lentille, se réfléchissant sur le miroir pour finalement traverser à nouveau la lentille en sens inverse.

- a) Calculer la position et le grandissement de l'image finale.
- b) Comment régler le système pour qu'un faisceau parallèle incident soit renvoyé à l'infini ?

R : a) $\overline{OA'} = 1\text{m}$; $\gamma = -2$. b) placer le foyer de la lentille au centre optique du miroir.