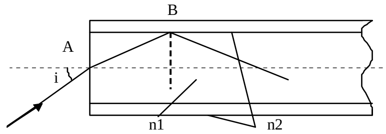
Exercices d'optique géométrique - correction :

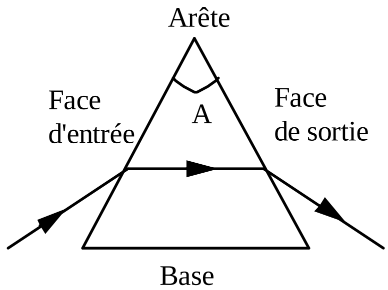
N.B : Pour les constructions géométriques, se reporter au cours, où tous les cas ont été inventoriés.

Ex 1 : fibre optique.



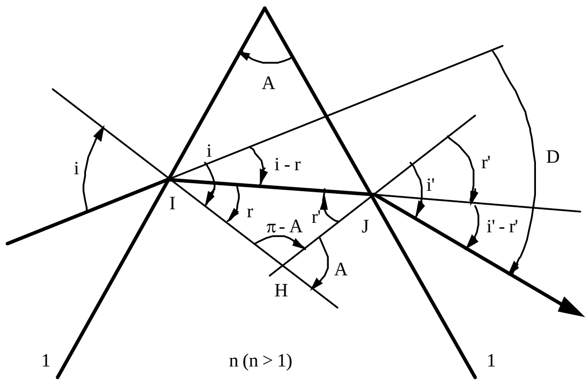
La fibre va transmettre à condition d'avoir une réflexion totale en B.
A étant l'angle d'incidence en B, il faut : sin $\alpha > n_2/n_1$ en utilisant la loi de Descartes et la condition de réflexion totale.
Par ailleurs, la relation de Descartes donne en A : sin i = $n_1$sin r
Avec $\pi = r + \alpha + \pi/2$ soit $\alpha = \pi/2 - r$ donc sin α = cos r.
Tous les angles appartenant à l'intervalle [0 ; π/2] : cos r = $\sqrt{1 - sin^2 r}$
On tire après calculs : sin $i_{max} = \sqrt{n_1{}^2 - n_2{}^2}$ *ou* $i_{max} = arcsin\sqrt{n_1{}^2 - n_2{}^2}$ *AN :* $i_{max} = 41{,}9°$

Ex 2 : Le prisme : étude théorique



Le prisme est formé par l'association de deux dioptres plans non parallèles qui limitent un milieu transparent.
L'intersection des deux dioptres s'appelle l'arête du prisme.
L'angle des deux dioptres s'appelle l'angle du prisme et est noté A.
La troisième face du prisme s'appelle la base.
La section du prisme par un plan perpendiculaire à l'arête s'appelle un plan de section principale; il contient tout le trajet d'un rayon lumineux. C'est le plan de la figure.

On appelle n l'indice du milieu formant le prisme (le milieu extérieur est ici d'indice 1).



i et r sont les angles faits avec la normale à la face d'entrée par les rayons incident et réfracté au niveau de la face d'entrée.
r' et i' sont les angles faits avec la normale à la face de sortie par les rayons incident et réfracté au niveau de la face de sortie.
D est la déviation : angle entre le rayon incident et le rayon émergent.
Tous les angles sont définis algébriquement et sont comptés positivement dans le sens inverse du sens trigonométrique. L'angle A du prisme est par nature positif.

1) Lois de Descartes : sin i = n sin r et sin i' = n sin r'
Les rayons incidents et refractés sont tous dans le plan d'incidence, soit ici le plan de section principal.
2) Le rayon réfracté existe toujours en I (car n < 1) par contre on peut avoir réflexion totale en I', pour r' > asin(1/n).
La valeur limite r'_o = asin(1/n) = 41,8 ° = 41°48'
3) Dans le triangle (IOI') : $\pi = A + \pi/2 - r + \pi/2 - r'$
Soit : A = r + r'
A la refraction limite en I', pour $r' = r'_o$: $i = i_o$
Alors $r = A - r'_o$ amène sin i_o = n sin($A - r'_o$)
Donc i_o = asin(n sin(A – asin(1/n))). AN : i_o = 28°
4) Dans le triangle (KII') : $\pi = \pi - D + i - r + i' - r'$
Soit : D = i + i' – A
5) Pour un couple de valeurs i = α et i' = β, d'après le principe du retour inverse de la lumière, on aura pour i = β, i' = α.
La courbe D en fonction de i présente un minimum D_m pour la situation symétrique où i = i'.
Alors r = r' = A/2 donc i_m =asin(n sin(A/2)). i_m = 48,6° = 48°36'
En utilisant la relation du 4), il vient : $D_m = 2i - A$ D_m = 37,2° = 37°12'
6) Des relations précédentes on tire : sin i_m = n sin(A/2)

et $i_m = (D_m + A)/2$ d'où :

$$n = \frac{\sin\frac{D_m + A}{2}}{\sin\frac{A}{2}}$$

7) d'après 1) , 3) et 4) en différentiant : cos i .di = n cos r.dr ; cos i'.di' = n cos r'.dr' ; dr +dr' = 0 ; dD = di + di'

En combinant ces équations on tire :

$$dD = di\left(1 - \frac{\cos i.\cos r'}{\cos i'.\cos r}\right)$$

Minimum de déviation : $\frac{dD}{di} = 0$ qui amène : $(n^2-1)(\sin^2 i-\sin^2 i') = 0$

La seule solution est $i = i_m = i'_m = i'$

Ex 3 : Miroir convexe. A →(M)→A' avec pour relation de conjugaison $\frac{1}{\overline{SA'}} + \frac{1}{\overline{SA}} = \frac{2}{\overline{SC}} = \frac{2}{R}$

et de grandissement : $\gamma = +3 = -\frac{\overline{SA'}}{\overline{SA'}}$ On tire : $\overline{SA}$ = R/3.

La lentille fournie permettra de produire une image réelle à partir d'un objet réel, qui sera ensuite utilisée comme objet virtuel par le miroir. Diverses dispositions sont possibles. On peut par exemple placer un objet réel à deux fois la focale avant la lentille, ce qui amènera la formation de l'image intermédiaire à deux fois la focale après la lentille. On dispose l'ensemble objet et lentille de telle façon que cette image intermédiaire serve d'objet virtuel pour le miroir

Ex 4 : Miroir concave. Même démarche que l'exercice précédent. Avec ici $\gamma = +1/3 = -\overline{SA'}/\overline{SA}$

On tire : $\overline{SA}$ = - $\overline{SC}$ et $\overline{SA'} = \overline{SC}/3$. Objet virtuel et image réelle.

Ex 5 : Réflexions sur deux miroirs sphériques.

Appliquer la relation de conjugaison successivement aux miroirs M_1, M_2 et M_1 (premier cas), ou M_2, M_1 et M_2 (second cas). Attention à l'algébrisation des grandeurs.

Ex 6 : Montage 4f'.

Par les relations de Descartes : $\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{f'}$ avec $\overline{OA}$ = -2f'. Il vient : $\overline{OA'}$ = +2f' et $\gamma = -1 = \overline{OA'}/\overline{OA'}$

On peut établir les mêmes résultats par les formules de Newton : $\overline{F'A'}.\overline{FA} = -f'^2$ où $\overline{FA} = -f'$ et donc $\gamma = -1 = \overline{F'A'}/-f'$

Ex7 : Méthode d'auto collimation :

$A \xrightarrow{L} A_1 \xrightarrow{M} A_2 \xrightarrow{-L} A' = A$ se traduit par les relations de conjugaison suivantes : $\frac{1}{\overline{OA_1}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{f'}$,

$\overline{OA_1} = -\overline{OA_2}$ car O = S , et : $\frac{1}{\overline{OA}} - \frac{1}{\overline{OA_2}} = -\frac{1}{f'}$ Attention au sens de traversée de L.

En combinant ces équations pour éliminer l'une ou ll'autre des quantités, on tire :

$\overline{OA}$ = - f' et $\overline{OA_1} \to \infty$.

Ex 8 : Foyers d'un doublet.

On cherche la position des foyers de l'ensemble (L_1 ; L_2).

Foyer image : Un faisceau parallèle incident a pour image F'_1, F' conj. de F'_1 par L_2. Par la formule de Newton : $\overline{F'_2F'}.\overline{F_2F'_1} = -f'^2_2$ d'où : $\overline{F'_2F'} = -5cm$.

Foyer objet : utilisons le principe du retour inverse de la lumière. Un faisceau parallèle incident traversant L_2 (de droite à gauche) a pour image le foyer objet de L_2, puis F conj. de F_2 par L_1 . Par la relation de Newton, de même $\overline{F_1F}.\overline{F'_1F_2} = -f'^2_1$.

Ex 9 : Doublet afocal
La position des foyers des deux lentilles amène, pour le système, à une conjugaison entre l'infini et l'infini.
Intérêt : rétrécisseur ou élargisseur de faisceau. Utilisation possible pour concentrer la lumière (voir lunette de Galilée).

Ex 10 : Lunette de Galilée.
Voir correction sur feuille d'exercice. Même démarche que l'exercice 11.

Ex 11 : Téléobjectif.
Voir correction sur feuille d'exercice. Même démarche que l'exercice 10.

Ex 12 : Viseur
1) F', foyer de l'ensemble, est donc l'image de F'_1 par L_2. Par la relation de Newton, on tire après calculs :
$\overline{F'_2F'} = \dfrac{-f'^2_2}{f'_1+f'_2-d} = -4{,}5cm$ le système étant symétrique : $\overline{F_1F} = +4{,}5cm$
2) Pour que l'observateur voit sans accommodation, l'image définitive doit être à l'infini. Donc l'image donnée par l'objectif doit être au foyer de l'oculaire.
$\dfrac{1}{\overline{OF}} - \dfrac{1}{\overline{OA}} = \dfrac{1}{f'}$ Or : $\overline{OF} = L - 1{,}5cm$ L étant le tirage cherché.

Quand A est à l'infini : L_∞ = 31,5 cm ; quand A est à 50 cm de l'objectif : L_m = 76,5 cm.

Ex 13 : association d'une lentille et d'un miroir.
$A \xrightarrow{L} A_1 \xrightarrow{M} A_2 \xrightarrow{-L} A' = A$ se traduit par les relations de conjugaison suivantes : $\dfrac{1}{\overline{OA_1}} - \dfrac{1}{\overline{OA}} = \dfrac{1}{f'}$,
$\overline{SA_1} = -\overline{SA_2}$ et $\dfrac{1}{\overline{OA'}} - \dfrac{1}{\overline{OA_2}} = -\dfrac{1}{f'}$

on calcule ainsi les diverses positions de A_1, A_2 et A' de proche en proche.

Ex 14 : Miroir équivalent.
Par des constructions : Un miroir sera défini par deux points caractéristiques : son centre $C_{éq}$ et son sommet $S_{éq}$. Chacun d'eux est stigmatique de lui-même.
C étant confondu avec O, C est stigmatique de lui-même pour le système et un rayon qui y passe n'est pas dévié. C est donc $C_{éq}$.
Tout rayon passant par $S_{éq}$ doit être réfléchi symétriquement par rapport à l'axe optique. Pour le système, un rayon qui, après la traversée de L, se réfléchi sur M au point S aura ensuite un trajet symétrique par rapport à l'axe optique. Séq est donc le conjugué de S à travers L.
Par le calcul : s'inspirer de la démarche exposée dans le polycopié de cours (détermination d'un système équivalent).

Ex 15 : Système catadioptrique.

Démarche identique à l'exercice 13.