PREMIER PRINCIPE POUR LES SYSTEMES FERMES

1. Mesure de la capacité thermique massique (ou "chaleur massique") d'un solide :

Un calorimètre contient m_1 = 95,0 g d'eau à t_1 = 20,0 °C. On ajoute une masse m_2 = 71,0 g d'eau prise à la température t_2 = 50,0 °C. La capacité thermique massique de l'eau est c = 4,18 $Jg^{-1}K^{-1}$.

a) Quelle serait la température d'équilibre t_e si l'on pouvait négliger la capacité thermique du vase et des accessoires?

b) La température d'équilibre est en fait t'_e = 31,3 °C. En déduire la "valeur en eau" μ du calorimètre c'est à dire la masse d'eau μ ayant une capacité thermique égale à celle du calorimètre.

c) Le même calorimètre contient maintenant m'_1 = 100 g d'eau à t'_1 = 15,0 °C. On y plonge un échantillon métallique de masse m = 25,0 g sortant d'une étuve à t'_2 = 95,0 °C. La température d'équilibre est $t_{éq}$ = 16,7 °C. Calculer la capacité thermique massique $c_{mét}$ du métal (parfois nommée « chaleur massique » par aus de langage).

R : Equation calorimétrique $\Delta H = 0 \rightarrow t_e = 32{,}8$ °C ; μ = 22,5 g ; $c_{mét}$ = 443 $J.kg^{-1}K^{-1}$.

2. Calculs de travaux sur un chemin isotherme réversible :

1°) Une mole de gaz subit une compression isotherme réversible l'amenant de l'état (V_o, T_o) à l'état ($V_o/2$, T_o). Donner l'expression du travail reçu selon que l'on représente le comportement du gaz par les modèles : a) du gaz parfait ;

b) du gaz de Van der Waals d'équation d'état : $\left(P+\dfrac{a}{V^2}\right)(V-b)=RT$;

2°) Calculer le transfert thermique reçu par le gaz dans les deux cas. On donne pour le modèle de Van der Waals : U(T,V) = U_{GP}(T) –a/V.

R : $\delta W = -P_{ext}.dV$, à intégrer après avoir explicité P d'après l'équation d'état. $Q = \Delta U - W$.

3. Travail échangé pour un liquide peu compressible :

De l'eau liquide prise initialement dans les conditions (P_o, V_o, T_o) subit une transformation réversible, son volume restant infiniment voisin de V_o.

Les coefficients thermoélastiques α, β et χ_T sont supposés connus et constants.

a) Justifier que l'expression du travail élémentaire des forces de pression reçu par l'eau est de forme : $\delta W = V_o P(\chi_T dP - \alpha dT)$

b) Préciser l'expression du travail échangé par l'eau et le milieu extérieur lors des transformations suivantes : isochore, isobare et isotherme.

c) On envisage une transformation pour laquelle la pression évolue de P_o = 1,00 bar à P_f = 1,10 bar ; T passe de T_o = 300 K à T = 310 K. Donner une estimation du travail reçu dans la transformation. On donne $\alpha = 3{,}0.10^{-4}$ K^{-1} et $\chi_T = 5{,}0.10^{-10}$ Pa^{-1}.

En déduire approximativement la variation de volume subie par l'eau. Conclure quant à l'intérêt de l'expression de δW établie en a).

R : b) $W_{isoV} = 0$; $W_{isoP} = -\alpha P V_o(T_f - T_i)$; $W_{isoT} = V_o\chi_T(P_f^2 - P_i^2)/2$. c) $\Delta V/Vo$ = 0,3 %.

4. Compressions adiabatiques d'un gaz parfait :

Un gaz parfait diatomique, de coefficient γ = 1,4 est contenu dans un cylindre fermé de volume initial V_i = 1,00 L, par un piston de section S = 100 cm². L'état initial correspond à une pression P_i = 1,00 bar et à une température T_i = 300 K. Les processus étudiés sont supposé adiabatiques.

1°) Le gaz est comprimé graduellement jusqu'à une pression P_f = 10,0 bar. Calculer la température finale T_f et la hauteur finale h_f du piston en considérant la transformation comme réversible.

2°) Le gaz est comprimé par l'action d'un dispositif mécanique amenant brutalement le piston à sa position finale, telle que la pression du gaz vaille P_f. Pour ce, une force F = P_f.S est appliquer au piston durant tout son déplacement. Calculer la température finale T'_f par un bilan énergétique.

Le piston est considéré de masse négligeable.

3°) Comparer le travail reçu par le gaz dans les deux cas.

R : 1°) *Loi de Laplace, avec :* $\gamma = C_p / C_v = (7/2)/(5/2) = 1{,}4$ *d'où* $T_f = 579$ *K ;*

2°) Attention : chemin non réversible : $W = -P_{ext}.(V'_f - V_i)$, $W = \Delta U$ *avec* $\Delta U = \frac{nR}{\gamma - 1}(T'_f - T_i)$

d'où $T'_f = \frac{T_i}{\gamma}\left(1 + (\gamma - 1)\frac{P_f}{P_i}\right)$. *AN :* $T'_f = 1071$ *K.*

5. Compression isotherme ou monotherme d'un gaz parfait :

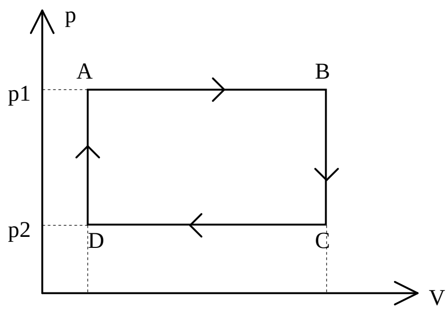
Un cylindre est rempli d'un gaz parfait monoatomique de coefficient $\gamma = C_p / C_v = 5/3$, sous une pression initiale $p_o = 1$ bar et à la température $T_o = 273$ K.
Un piston de masse négligeable l'isole de l'extérieur. Le fond du cylindre est un très bon conducteur thermique et se trouve au contact d'un thermostat de température $T_o = 273$ K. Sa section est S = 100 cm². On donne l'intensité du champ de pesanteur $g = 9{,}8$ m.s^{-2}.
Calculer la hauteur finale h, le travail W reçu par le gaz et le transfert thermique Q mis en jeu lorsque, partant d'une hauteur $h_o = 1$ m et à $T_o = 273$ K : a) On ajoute progressivement de petites masses sur le piston pour atteindre une masse totale m = 50 kg ;
b) On pose brutalement une masse de 50 kg sur la face supérieure du piston.
R : 1°) Transfo isotherme. $pV = cste$, $W = -Q = nRT_oLn(p/p_o)$. $h = 0{,}67$ *m ;* $W = 405$ *J.*
2°) Transfo monotherme. $W = p_f.(h_o - h_f)S$, $h_f = 0{,}67$ *m inchangée.* $W = -Q = 500$ *J*

6. Pertes thermiques :

Une maison d'habitation subit, pour une durée dt, des pertes thermiques à travers mur et toit d'expression : $\delta Q_{pertes} = K.(T(t) - T_o)dt$ où T(t) est la température intéreure, To la température extérieure et K un facteur constant. Le chauffage de la maison étant coupé à l'instant t = 0 , déterminer l'évolution T(t) de la température intérieure.
On notera T_1 la température initiale, ($T_1 > T_o$) et C_p la capacité thermique de l'habitation.
R : faire un blan thermique sur dt. Intégrer. $T(t) = T_o + (T_1 - T_o).exp(-Kt/C_p)$.

7. moteur à air comprimé.

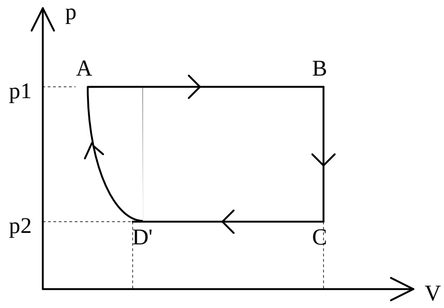
Un moteur de marteau piqueur est alimenté par une source d'air comprimé (compresseur) fournissant de l'air dans l'état E_1 à la pression $p_1 = 6{,}0$ bars et à la température $T_1 = 373$ K.
Le moteur est constitué d'un piston coulissant dans un cylindre muni d'une soupape d'admission et d'une soupape d'échappement. L'évolution est supposée quasi-statique et mécaniquement réversible ; on note p la pression de l'air dans le cylindre et V le volume du cylindre.



Le moteur parcourt un cycle ABCDA représenté sur le diagramme de Watt de la figure ci-contre :
l'air comprimé est admis par la soupape d'admission dans le cylindre dans l'état E_1, le volume passant de $V_A = 0{,}05$ L à $V_B = 0{,}95$ L et la pression restant égale à p_1 (évolution AB) ;
puis les soupapes étant fermées, l'air se détend à volume constant dans le cylindre jusqu'à l'état E_2 où la pression p_2 vaut $p_2 = 1{,}0$ bar et où la température est T_2 (évolution BC) ;
l'air est alors expulsé dans l'atmosphère par la soupape d'échappement dans l'état E_2, le volume du cylindre passant de $V_C = 0{,}95$ L à $V_D = V_A = 0{,}05$ L et la pression restant égale à p_2 (évolution CD) ;
la soupape d'admission s'ouvre alors et de l'air comprimé dans l'état E_1 remplace l'air détendu dans l'état E_2, le volume du cylindre gardant la valeur constante V_A et la pression dans le cylindre passant de p_2 à p_1 (évolution DA).
L'air est assimilé à un gaz parfait de masse molaire M = 29 g/mol. R = 8,314 JK^{-1}mol^{-1}.

1°) Calculer le travail W du moteur au cours d'un cycle, la masse m d'air comprimé utilisé par cycle, et le travail w = W/m récupéré par kilogramme d'air consommé.

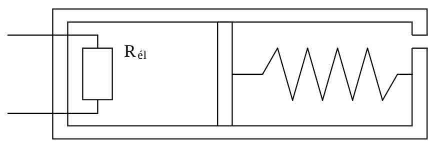
2°) Pour éviter la perte d'air comprimé lors de l'évolution DA, on adopte le cycle ABCD'A représenté sur la figure ci-dessous. Lors de la phase d'échappement isobare à la pression p_2, on ferme la soupape d'échappement lorsque le volume atteint est $V_{D'}$; les deux soupapes étant fermées, lors de l'évolution D'A du cylindre, l'air subit alors une compression polytropique d'indice k = 1,40 de la pression p_2 à la pression p_1 ; puis lorsque le point A est atteint, la soupape d'admission s'ouvre et un nouveau cycle commence.



a) Calculer la masse m' d'air consommé par cycle, les travaux reçus par l'air au cours des évolutions AB, BC, CD' et D'A, le travail total W' pour chaque cycle et le travail w' = W' / m' par kilogramme d'air comprimé consommé.
b) Comparer avec les résultats de la question (1°) et commenter.
c) Représenter l'allure du diagramme de Clapeyron de l'air où l'on porte en ordonnée sa pression p et en abscisse son volume massique v.

R : 1°) $W_{cy} = -(P_1 - P_2)(V_B - V_A) = -450$ J ; $m = MP_1(V_B - V_D)/RT_1$;
2°) $m' = MP_1(V_B - V_{D'})/ RT_1$; $V_{D'} = V_A.(P_1/P_2)^{1/k}$; $W'_{cy} = -433$ J.

8. Piston à ressort :



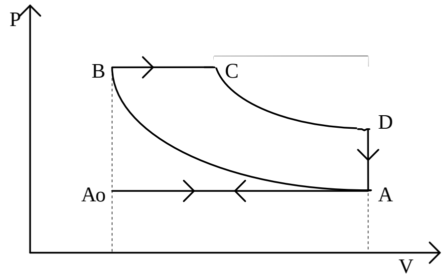
On considère le dispositif suivant. Un cylindre de volume intérieur total $V_{tot} = 2V_o + S.e$ est partagé en deux compartiments de volume V_1 et V_2 par un piston de section S et d'épaisseur e.
Le piston est supposé parfaitement adiabatique, ainsi que les parois du cylindre. Le compartiment (1) est empli d'un gaz diatomique supposé parfait, de capacité thermique molaire $C_{Vm} = 5R / 2$.
Le compartiment (1) contient une résistance $R_{él}$ permettant un chauffage quasi-statique du gaz qu'il contient.
A l'état initial, les compartiments (1) et (2) ont des volumes égaux et une même température T_o.
Un courant d'intensité I = 1,00 A circule pendant une durée Δt = 100 s, ce qui chauffe le gaz d'une quantité Q_R.
Données : V_o = 22,7 L ; S = 227 cm² ; T_o = 293 K ; γ = 1,40 ; k = $1,00.10^4$ N/m ; $R_{él}$ = 20,0 Ω.
1°) Le compartiment (2) est ouvert à l'atmosphère et est muni d'un ressort de raideur k lié au piston mobile. Ce ressort n'est pas comprimé à l'état initial. Faire un bilan des échanges énergétiques ayant eu lieu dans la transformation. On introduira la variable x traduisant le déplacement du piston.
2°) Expliciter les valeurs finales des variables d'état du compartiment (1) en fonction de x et des données numériques. Applications numériques.
3°) Mêmes questions si le compartiment (2), supposé identique au compartiment (1) est maintenant fermé et se trouve au contact thermique d'un thermostat de température T_o. Le ressort est supprimé pour cette question. Le compartiment (2) est initialement rempli d'une même quantité de gaz que le compartiment (1)

R : 1°) $\Delta U = R_{él}.I^2\Delta t - xP_o.S = Cv(T_f - T_o) + (1/2)kx^2$. 2°) équil. méca du piston : $P_oS+kx = P_1.S$; $V_1 = V_o + x.S$. , utiliser l'équation du GP 3°) pour les 2 compart. $\Delta U = R_{él}.I^2\Delta t = Cv(T_f - T_o)$.

9. Etude d'un cycle de Stirling. rendement thermodynamique.

On envisage le cycle ABCDA décrit par 1 kg d'un gaz assimilable à un gaz parfait de masse molaire M = 29 $g.mol^{-1}$ et de coefficient $\gamma = 1,4$ supposé constant.
Le cycle est défini comme suit : les transformations AB et CD sont isothermes, de températures respectives T_1 et T_2 et les transformations BC et DA sont isochores.
On précise : $V_A < V_B$ et $T_1 > T_2$.
a) Représenter ce cycle en coordonnées de Clapeyron. Discuter le signe des transferts thermiques sur les différentes parties du cycle. Montrer que $Q_{BC} + Q_{DA} = 0$.
b) En fonction des variables d'état V_A , T_1 , T_2 et P_C , exprimer les transferts thermiques :
Q_1 , reçu par le système de la part de la source chaude au cours d'un cycle moteur réversible,
Q_2 , cédé par le système à la source froide au cours d'un cycle moteur réversible,
Exprimer le rendement thermodynamique du cycle : $\rho = -W / Q_1$, -W étant le travail produit sur un cycle par le système.
c) Comparer le rendement précédent au rendement thermodynamique du cycle de Carnot réversible correspondant, c'est à dire utilisant des sources dont les températures sont égales aux températures extrêmes précédentes : $\rho_{carnot} = 1 - T_2/T_1$.
d) Calculer numériquement les grandeurs exprimées en b) et c) pour : $V_A = 2,87.10^{-2}$ m^3 ; $P_A = 40$ bars ; $P_C = 1,0$ bar ; $T_2 = 300$ K. On donne R = 8,314 $J.K^{-1}mol^{-1}$.

10. Cycle d'un moteur Diesel.



Dans le cycle Diesel, après un premier temps d'admisssion (A_oA) suit est une compression adiabatique réversible de l'air seul (AB), avec un rapport volumétrique $a = V_A/V_B$ assez important.
Le carburant n'est injecté qu'à partir de B. La température en B est suffisante pour que le mélange s'enflamme spontanément (sans l'aide de bougies d'allumage).
Le taux d'injection est réglé de telle façon que la pression reste constante pendant la phase BC de la détente.
On arrête l'injection en C, et on laisse le mélange se détendre adiabatiquement (de façon supposée réversible) selon CD. En D le piston est alors au point mort bas ; on suppose un refroidissement isochore DA. Les gaz brûlés sont enfin refoulés hors du cylindre (AA_o).
On peut considérer que le carburant n'intervient que par la réaction de combustion, constituant l'apport énergétique nécessaire au fonctionnement de la machine. La capacité thermique du fluide contenu dans le cylindre peut être considérée comme constante sur le cycle ABCD. Elle correspond approximativement à la capacité thermique de l'air (gaz diatomique) subissant ces transformations. Le gaz est supposé parfait.
Exprimer le rendement de ce cycle en fonction du rapport des capacités thermiques γ, supposé constant et indépendant de la composition du mélange, du rapport volumétrique de compression a et du rapport volumique de détente $b = V_D / V_C$.

R : $\eta = 1 + \frac{1}{\gamma} \times \frac{a^{-\gamma} - b^{-\gamma}}{\frac{1}{b} - \frac{1}{a}}$ *; en calculant : $Q_{BC} = C_p.(T_C - T_B)$ et $Q_{DA} = C_v.(T_A - T_D)$*

avec $\eta = -W / Q_{BC} = 1 + Q_{BC} / Q_{DA}$.

(On relie les températures entre elles par les adiabatiques réversibles).

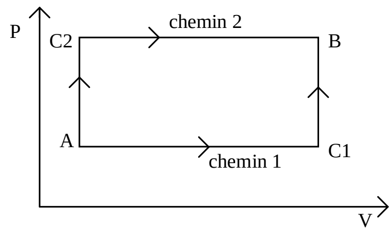
1. **Travail reçu dans une transformation adiabatique.**

Une masse de 1 kg d'air, assimilé à un gaz parfait diatomique, subit une compression adiabatique qui fait passer sa température de T_i = 293 K à T_f = 333 K. Trouver l'expression du travail nécessaire à la compression. *Application numérique* : $Cv_m = 5R/2$

R : *$\Delta U = W$ (adiabatique). W = 28,655 kJ*

7. **Cycle d'un gaz parfait.**

On considère un gaz parfait de chaleurs molaire à volume constant Cv_m et chaleur molaire à pression constante Cp_m connues, passant d'un état A (P_a, V_a) à un état B (P_b, V_b) par différentes transformations réversibles représentées ci-contre en diagramme de Watt P = f(V).

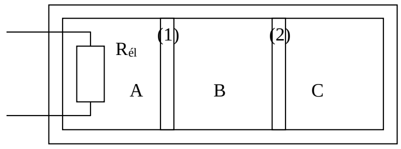


Déterminer les quantités de chaleur et les travaux reçus par le gaz dans les transformations (AC_1B) et (AC_2B) conduisant le gaz de l'état A à l'état B par les chemins respectifs (1) et (2).

R : $W_1 = P_a.(V_a - V_b)$; $\Delta U_{AB} = (C_v / R).(P_bV_b - P_aV_a)$. $Q_1 = \Delta U_{AB} - W_1$.
On procède de même pour le deuxième chemin.

Transformations d'un gaz parfait :

Un cylindre fermé à parois isolantes thermiquement est partagé en trois compartiments A, B et C par des pistons (1) et (2) mobiles sans frottement. (voir figure). A l'état initial, les trois de même volume V_o sont remplis chacun par une mole de gaz parfait monoatomique, de rapport de capacités $\gamma = C_P / C_V = 5/3$.



L'état initial de ces gaz correspond à une pression P_o et une température T_o respectivement égales à la pression et à la température normales.

Un résistance électrique $R_{él}$ permet de chauffer le gaz du compartiment A. Cet échauffement est suffisamment lent pour que les transformations puissent être considérées comme quasi-statique. Durant l'expérience, la résistance électrique cède un transfert thermique total Q. On posera : $\theta = Q / C_V.T_o$. A.N. : $P_o = 10^5$ Pa ; Q = 1 kJ ; R = 8,314 $J.K^{-1}.mol^{-1}$. ; T_o = 273 K.

1°) Exprimer en fonction de P_o , V_o , T_o , γ et de θ les pressions finales et volumes finaux des compartiment A, B et C dans le cas où les deux pistons sont diathermes (laissent parfaitement passer la chaleur).

2°) Même question si les deux pistons sont adiabatiques (parfaitements isolants thermiquement).

3°) Même question si le piston (1) est diatherme et le piston (2) est isolant.

R : méthode : écrire les conditions d'équilibre final, faire un bilan énergétique.

1°) $P_A = P_o(1+\theta/3)$; $V_A = V_o$ *2°)* $V_A = V_o (1+\theta/3)^{-1/\gamma}$; $P_A = P_o(1+\theta/3)$

3°) $T_c = T_o(1+\theta/3)^{1-1/\gamma}$; $T_A = T_B = T_o(1 + \theta/3)(3-(1 + \theta/3)^{-1/\gamma})/2$