Gaz Parfaits

1. Masse d'air dans une pièce :

1°) Calculer la masse d'air m contenue dans une pièce de 25 m², de hauteur h = 2,50 m. La température de la pièce est de 20°C et la pression vaut $1{,}013.10^5$ Pa. On donne la masse molaire moyenne de l'air M = 28,96 g/mol.
2°) La température augmente à 28°C et la pression passe à $0{,}970.10^5$ Pa. Que vaut m ? Quelle est la variation relative de la masse volumique de l'air ?

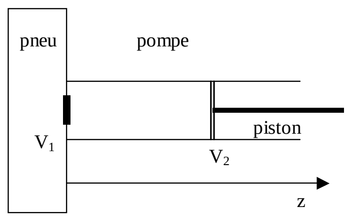
R : 1°) 75 kg ; 2°) 70 kg ; $\Delta\rho/\rho$ = -6,7 %.

2. Gonflage d'un pneu à l'aide d'air comprimé :

a) Un pneu sans chambre, (de volume supposé constant), est gonflé à froid (t = 20°C) sous une pression de 2,1 bars. Après avoir roulé un certain temps, le pneu affiche désormais une pression de 2,3 bars. Justifier et déterminer le paramètre manquant.
b) Une bouteille d'acier, munie d'un détendeur, contient dans un volume V_b = 60 L de l'air comprimé sous la pression P_b = 15 bars. En ouvrant le détendeur à la pression atmosphérique, quel volume d'air V_a peut-on extraire à température constante ?
c) Un pneu de volume V_p = 50 L est gonflé au moyen d'air comprimé contenu dans la bouteille précédente. La pression initiale P_i dans le pneu est de 1 bar, et la pression finale souhaitée est de P_f = 2,6 bars, l'opération se déroule à température constante. Déterminer la pression P_1 dans la bouteille après avoir gonflé un pneu. Quel est le nombre de pneus qu'il est possible de gonfler dans ces conditions ?

R : a) pneu échauffé à t_f = 48 °C ; b) V_a = 840 L ; c) faire un bilan des moles d'air. P_1 = 13,7 bars ; 9 pneus

3. Gonflage isotherme d'un pneu de vélo :



Le pneu est supposé de volume constant V_p (son enveloppe caoutchoutée est armée de fibres textiles très peu extensibles) et l'air est assimilé à un gaz parfait pour lequel $\gamma = C_p / C_v$ est constant. A la fin du $n^{ième}$ coup de pompe, la pression y vaut P_n.
La pompe comporte un corps cylindrique, de longueur utile L (course du piston) et de section S.
Une valve V_1 fixée sur le pneu, ne s'ouvre que si la pression dans la pompe excède celle du pneu. La position du piston est repérée par son abscisse z à partir du plan de V_1.
Une autre valve V_2 , solidaire du piston, s'ouvre lorsque le piston va vers les z > 0, remplissant alors la pompe d'air à la pression atmosphérique P_o et température T_o et se ferme dès qu'il va vers les z < 0 puisque alors la pression dans la pompe devient supérieure à la pression ambiante.
Hypothèse d'un pompage isotherme :
On suppose que l'on opère avec une pompe dont le corps est métallique, bonne conductrice de la chaleur, et suffisamment lentement pour que les échanges thermiques aient le temps de s'effectuer complètement.

1°) On donne le $n^{ième}$ coup de pompe (la pression initiale dans le pneu est donc P_{n-1}). Pour quelle position du piston, décrite par z_n , la valve V_1 s'ouvre-t-elle ?
2°) On achève, jusqu'à z = 0 le coup de pompe ; que vaut la pression P_n à l'issue de ce $n^{ième}$ coup de pompe ? On établira une relation de récurrence entre P_n et P_{n-1} , puis on donnera l'expression de P_n en fonction du nombre n de coups déjà donnés.
3°) Combien de coups de pompe faut-il, partant de P_o pour arriver à la pression finale P_f ?
A.N. : S = 3 cm² ; L = 30 cm ; le volume du pneu est celui d'un tore (anneau) à section circulaire dont le diamètre D = 2,5 cm est faible devant le rayon moyen R = 34 cm ; P_o = 1 bar ; P_f = 4 bar.

R :1°) $z_n = p_oL / p_{n-1}$. ; 2°) $p_n = p_i + n(p_oSL/V_p)$; 3°) n_f = Partie Entière$[(p_f /p_o – 1)V_p/SL]+1$. $V_p = 2\pi R.\pi D^2/4$; $n_f = 35$.

4. Thermomètre différentiel à gaz :

Un tel thermomètre, destiné à mesurer de faibles différences de température, est constitué de deux réservoirs à gaz parfaits identiques reliés par un tube de jonction de faible section s.
Le tube est horizontal et cylindrique. Un index de mercure en son milieu isole un même volume V_o de gaz parfait sous la pression P_o et la température T_o dans chaque réservoir.
On porte le gaz de gauche à la température T et le gaz de droite à T', légèrement inférieur à T. L'index se déplace alors vers la droite d'une petite longueur x (avec $xs << V_o$).
Déterminer T – T' en fonction de V_o, s, x et T.

R : Utiliser l'équation d'état du gaz parfait, et écrire l'équilibre mécanique de l'index de mercure.
Par approximation, avec $xs << V_o$ on tire $T – T' = 2sxT/V_o$.

5. Compression isotherme et compression poly-tropique :

n moles d'un gaz parfait sont enfermées dans un cylindre de volume initial V_o et de section S, fermé par un piston de masse négligeable. L'expérience est conduite dans l'atmosphère extérieure, de pression P_o et de température T_o constantes. La température initiale du gaz est T_o, il est supposé en équilibre thermique avec le cylindre qui le contient.
1. Le cylindre est disposé verticalement. On impose une surcharge au piston en y déposant une masse m. On note g l'intensité du champ de pesanteur. La transformation se réalise de façon mono-therme, les parois du cylindre étant supposée diathermes.
Calculer la hauteur initiale et la hauteur finale du piston.

A.N. : P_o = 1,0 bar ; n = 0,20 ; R = 8,314 $J.K^{-1}.mol^{-1}$; V_o = 4,5 L ; S = 50 cm² ;
g = 9,8 $m.s^{-2}$; m = 50 kg.

2. L'expérience est renouvelée de même façon, mais en modifiant les propriétés thermiques des parois. En emballant le cylindre dans un isolant, on obtient des parois athermanes. On modélise la situation en supposant que la transformation se fera en suivant une loi d'évolution de la pression du gaz parfait en fonction du volume dite poly-tropique, décrite par la relation :

$P.V^k = Cste$ où k = 1,2.

Déterminer la hauteur initiale et la hauteur finale du piston, ainsi que la température atteinte par le gaz en fin de processus.

R : 1. Utiliser l'équation d'état du gaz parfait, et écrire l'équilibre mécanique du piston. La condition d'équilibre thermique impose $T_f = T_o$.
2. Même démarche, mais il n'y a pas de condition d'équilibre thermique.
L'évolution se fait en suivant la loi poly-tropique. $Cste = P_oV_o^k$; $T_f \neq T_o$.