MACHINES THERMIQUES

1. Pompe à chaleur :

a) système = {appartement} ; évolution isobare : $\delta Q_p = dH$ avec $\delta Q_p = -\delta Q = -a.C(T - T_o).dt$.
La variation d'enthalpie de l'appartment est liée à sa variation de température : $dH = C.dT$.
D'où le bilan bilan thermique sur dt : $CdT + aC(T - T_o)dt = 0$.
par intégration sur une durée Δt : $\ln(T_2 - T_o) - \ln(T_1 - T_o) = -a.\Delta t$

soit : $\frac{1}{\Delta t}\ln\frac{(T_1 - T_o)}{(T_2 - T_o)} = a.$ AN : a = 9,63.10-5 s-1.

b) Par definition, l'efficacité réelle : $e_{réelle} = P_{th}/P$ où P_{th} est la puissance thermique apportée par la pompe à chaleur et P la puissance mécanique qu'il faut lui fournir pour son fonctionnement.
Pour maintenir la température de l'appartement à T_1 il faut compenser les pertes thermiques, donc $P_{th} = a.C.(T_1 - T_o)$. Il faut donc pour cela fournir à la pompe : $P = P_{th}/e_{réelle}$.
Or $e_{réelle} = 0{,}4.e_{rév}$.
$e_{rév}$ se calcule à partir des deux principes de la thermodynamique, dans l'hypothèse d'un fonctionnement réversible de la machine cyclique : $W + Q_f + Q_c = 0$

et $\frac{Q_f}{T_f} + \frac{Q_c}{T_c} = 0$ ce qui peut s'écrire en therme de puissances, en notant respectivement P_f et P_c $= -P_{th}$ les puissances thermiques reçues par la machine de la source froide (de température T_f) et de la source chaude (de température T_c).

Soit : $P + P_f + P_c = 0$ et $\frac{P_f}{T_f} + \frac{P_c}{T_c} = 0$

En éliminant P_f entre ces deux équations on tire : $e_{rév} = \frac{P_{th}}{P} = \frac{-P_c}{P} = \frac{T_c}{T_c - T_f}$

D'où finalement : $P = \frac{(T_c - T_f)\,aC\,(T_1 - T_o)}{0{,}4.T_c}$ AN : P = 830 W.

2. Elévation de la température d'un fleuve par une centrale :

Puissance fournie par la centrale : 1000 MW = 1 GW.
La centrale répond au graphe énergétique d'un moteur, pour lequel la source froide est le fleuve (T_2 = 300 K) et la source chaude est le circuit primaire (T_1 = 700 K).
Cherchons la puissance thermique cédée au fleuve : $P_{th} = |P_2|$ ($P_2 < 0$).
Par définition du rendement : $\rho = P_u / P_1$
Or on affirme : $\rho = 0{,}6.\rho_{rév}$ où d'après le théorème de Carnot : $\rho_{rév} = 1 - (T_2/T_1)$
Le premier principe, écrit en puissances donne : $P_1 + P_2 + P_u = 0$ car le processus est cyclique, donc l'énergie interne de la machine ne doit pas varier.
On a donc : $P_2 = P_u - P_1$ soit $P_2 = P_u - P_u/\rho$

Finalement : $P_2 = P_u\left(1 - \frac{1}{0{,}6\left(1 - \frac{T_f}{T_c}\right)}\right)$ ($P_2 < 0$).

En raisonnant sur une durée Δt, l'énergie cédée au fleuve : $|P_2|.\Delta t$ va servir à échauffer une quantité d'eau exprimée à partir de son débit-volume $D_V = 400\ m^3.s^{-1}$ et de la masse volumique de l'eau $\mu = 1{,}00.10^3\ kg.m^{-3}$ (quantité d'eau entrant ou sortant pendant Δt) . D'où le bilan énergétique : $|P_2|.\Delta t = \mu.D_V.c.\Delta t.\Delta T$ où ΔT est la variation de température.
D'où $\Delta T = |P_2| / (\mu.D_V.c)$ AN : ΔT = 1,1 K.

3. Chauffage d'une piscine :

a) La pompe à chaleur échange de l'énergie avec une source froide constituée par l'atmosphère, de température t_o et avec une pseudo-source chaude correspondant à la piscine dont la température t_p va varier de t_o à t_f.

Par le premier principe, écrit sur l'ensemble du processus, donc pour un grand nombre de cycles de la machine : $W + Q_f + Q_c = 0$ soit : $W = -(Q_f + Q_c)$.

Calculons d'abord Q_c : cette quantité d'énergie doit permettre à la piscine de passer d'une température t_o à t_f.

En prenant pour système la piscine, l'énergie reçue est : $Q = \Delta H = \mu.V_p.c.(T_f - T_c)$

Cette énergie est l'opposée de l'énergie reçue par la machine : $Q_c = -Q = -\mu.V_p.c.(T_f - T_c)$.

Le calcul de Q_f est beaucoup moins évident puisuae la température de la source froide ne varie pas. L'égalité de Clausius va pourvoir s'écrire sur un cycle de la pompe à chaleur (supposé réversible), sachant que sur ce cycle la variation de température dT_p est infinitésimale :

$$\frac{\delta Q_f}{T_o} + \frac{\delta Q_c}{T_p} = 0 \qquad \text{avec } \delta Q_c = -\mu V_p c dT_p$$

Il vient : $\delta Q_f = +T_o \mu V_p c \dfrac{dT_p}{T_p}$ soit en intégrant entre T_o et T_f : $Q_f = +T_o \mu V_p c \ln \dfrac{T_f}{T_o}$

D'où finalement : $W = -T_o \mu V_p c \ln \dfrac{T_f}{T_o} + \mu V_p c \left(T_f - T_o\right)$

AN : $W = 6{,}0.10^7$ J soit encore W = 17 kW.h (1 kilowatt-heure est l'énergie pour une puissance de 1 kW développée pendant 1 heure = 3600 s, c'est l'unité de mesure des énergies utilisée dans le domaine technique).

Mais le calcul a été conduit dans l'hypothèse d'une pompe à chaleur fonctionnant sur un cycle réversible. En pratique, l'éfficacité réelle sera plutôt de l'ordre de 40% de l'efficacité réversible.

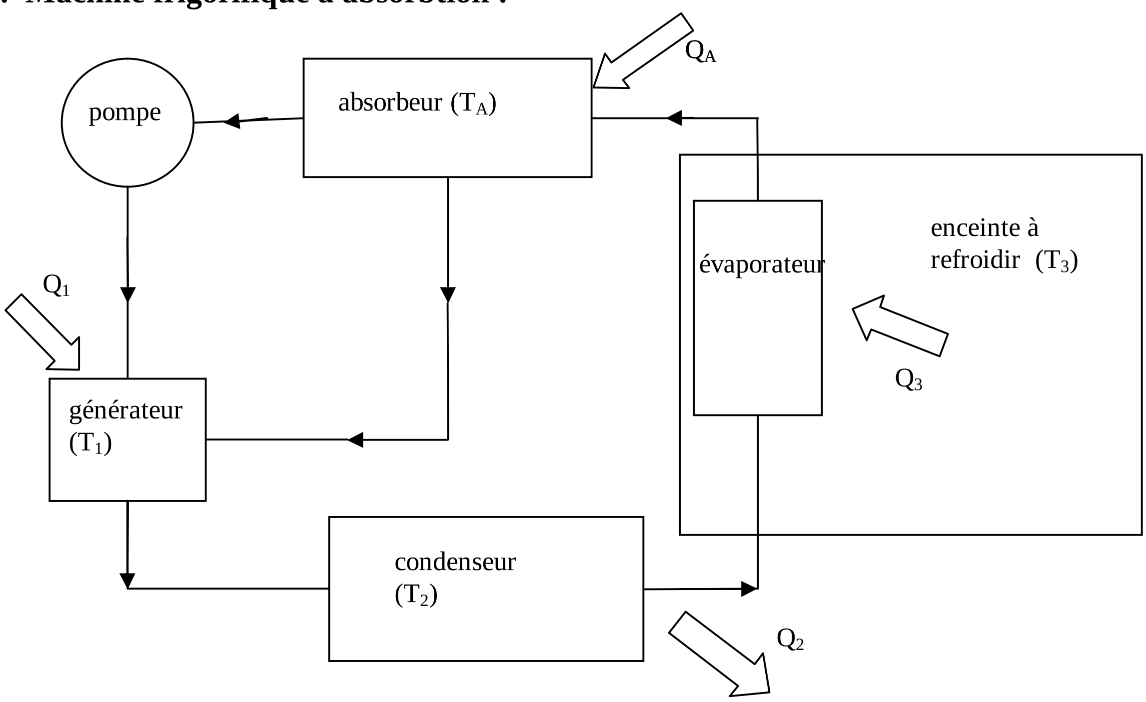
Il faut donc compter plutôt environ 40 kW.h en réalité.

b) En utilisant directement la même quantité d'énergie, le bilan aurait été : $W = \mu.V_p.c.\Delta T$

ce qui amène : $\Delta T = W / (\mu.V_p.c)$. AN : $\Delta T = 0{,}29$ K

Pour chauffer la piscine de 12°C à 25°C, on aurait du consommer une énergie de $2{,}7.10^9$ J soit 755 kW.h.

4. Machine frigorifique à absorbtion :



a) b) L'intérêt du réfrigérateur est d'extraire Q_3 de l'enceinte à refroidir . Il consomme Q_1 au niveau du générateur. Son efficacité est : $\eta = Q_3 / Q_1$.
1° principe (machine cyclique) : $Q_1 + Q_2 + Q_A + Q_3 = 0$ (1) ;
2° principe : $(Q_1 / T_1) + ((Q_2 + Q_A) / T_2) + (Q_3 / T_3) = 0$ (2) en supposant le fonctionnement réversible.

D'après (1) : $Q_2 + Q_A = -(Q_1 + Q_3)$ soit en injectant dans (2) : $\frac{Q_1 + Q_3}{T_2} = \frac{Q_1}{T_1} + \frac{Q_3}{T_3}$

On tire : $\eta = Q_3 / Q_1 = \frac{T_3}{T_1} + \frac{T_1 - T_2}{T_2 - T_3}$ d'où $\eta = Q_3 / Q_1 = 1{,}8$.

Avec le second système, c'est-à-dire une machine à compresseur, $\eta = Q_3 / W$
1° principe (machine cyclique) : $W + Q_2 + Q_3 = 0$ (1) ;
2° principe : $(Q_2 / T_2) + (Q_3 / T_3) = 0$ (2) en supposant le fonctionnement réversible.

On en tire : $\eta = \frac{T_3}{T_2 - T_3}$ AN : $\eta = 8{,}9$. Système plus avantageux, malgré la présence de pièces mécaniques. (W : travail fourni par le compresseur).
c) $Q_1 = m_{but}.\Delta H_{comb}$; $Q_3 = \eta_{réel}.Q_1$; masse d'eau congelée : m = 2100 kg.

5. Moteur fonctionnant entre deux pseudo-sources :

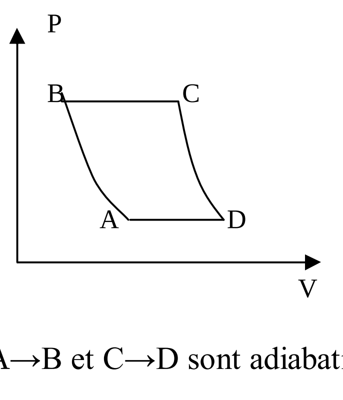
Les deux sources de chaleur ne sont pas monothermes : leur capacité thermique C_p identique est finie. A mesure du fonctionnement de ce moteur, la pseudo source froide de température T_2 va se réchauffer du fait des transferts thermiques apportés par le moteur et la source chaude de température T_1 va se refroidir en apportant de l'énergie au moteur. Le moteur fonctionnera théoriquement tanst que $T_1 > T_2$. On considère que sur l'ensemble du processus, T_2 passera de T_{2o} à T_f tandis que T_1 passera de T_{1o} à T_f.
Le bilan énergétique sur l'ensemble du phénomène donne : $Q_1 + Q_2 + W = 0$
avec $Q_1 = -C_p.(T_f - T_{1o}) > 0$ et $Q_2 = -C_p.(T_f - T_{2o}) < 0$.
Soit : $W = C_p.(2T_f - T_{1o} - T_{2o})$.
Cherchons T_f. On écrit le second principe sur un seul cycle, sur lequel on suppose que les variations de température dT_1 et dT_2 sont infinitésimales.

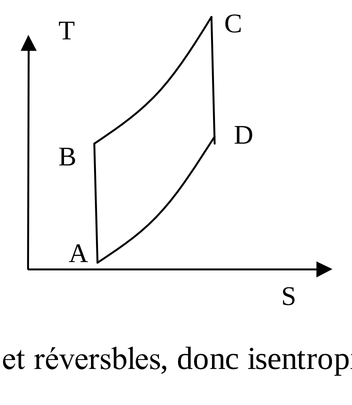
L'inégalité de Clasius : $\frac{\delta Q_1}{T_1} + \frac{\delta Q_2}{T_2} < 0$ avec : $\delta Q_1 = -C_p.dT_1$ et $\delta Q_2 = -C_p.dT_2$

En intégrant l'inégalité de Clausius entre t = 0 ($T_1 = T_{1o}$ et $T_2 = T_{2o}$) et la fin du processus ($T_1 = T_2 = T_f$) on tire : $-C_p \ln\frac{T_f}{T_{1o}} + -C_p \ln\frac{T_f}{T_{2o}} < 0$ soit : $\ln\frac{T_f^{\,2}}{T_{1o}.T_{2o}} < 0$

donc finalement : $T_f < \sqrt{T_{1o}.T_{2o}}$
D'où le travail maximal récupérable : $W_{récup} = W = C_p.(-2T_f + T_{1o} + T_{2o})$
amenant : $W_{récup} < C_p\left(T_{1o} + T_{2o} - 2\sqrt{T_{1o}.T_{2o}}\right)$

6. Rendement d'une turbine à gaz :





1) A→B et C→D sont adiabatiques et réversbles, donc isentropiques.

B→C et D→A sont isobares.
Partant de : dH = T.dS + V.dP, il vient avec dH = Cp.dT pour un gaz parfait :
dS = C_p.dT/T – nR.dP/P et en écrivant le long de l'isobare dP = 0,
on aura dS = C_p.dT/T.
En intégrant entre les états (T_o, S_o) et (T,S) : S – S_o = C_p.ln(T/T_o)
d'où en passant à l'exponentielle : T(S) = $T_o$exp((S-S_o)/C_p)

2) a) Turbine à gaz : même graphe énergétique qu'un moteur. rendement : r = -W/Q_c avec ici Q_c = $Q_{BC.}$
Par le premier principe, pour un processus cyclique : -W = Q_{BC} +Q_{DA}
avec : Q_{BC} = C_p.(T_C – T_B) et Q_{DA} = C_p.(T_A – T_D).
D'où : r = $r = 1 + \dfrac{T_1 - T_4}{T_3 - T_2}$.
b) Loi de Laplace lelong des isentropiques AB et CD, pour ce gaz parfait.
On tire : $T_4 = T_3\left(\dfrac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}$ et $T_2 = T_1\left(\dfrac{P_1}{P_2}\right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}$

Apès simplifications : $r = 1 - \left(\dfrac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = 1 - x^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}$

3) a) y = T_3/T_1 est imposé. –W = Q_{BC}.r avec Q_{BC} = C_p.(T_C – T_B) = C_p.(T_3 – T_2) où

T_3 = y.T_1 et $T_2 = T_1\left(\dfrac{1}{x}\right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = T_1\left(x\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = T_1 x^{\alpha}$ en posant : α = (γ - 1)/γ.
On calcule alors : -W = C_pT_1(y – x^{α}).(1 – $x^{-\alpha}$) = C_pT_1(y – x^{α} –y. $x^{-\alpha}$ + 1).
On cherche x_{max} tel que –W soit maximal. Soit x_{max} tel que d(-W)/dx = 0
La solution est x_{max} = $y^{1/2\alpha}$ qui conduit après calculs à –W_{max} = $\dfrac{\gamma nRT_1}{\gamma - 1}\left(1 + \dfrac{T_3}{T_1} - 2\sqrt{\dfrac{T_3}{T_1}}\right)$

7 Centrale nucléaire, diagramme de Mollier :
1) Par le modèle du fluide incompressible, puisque les états de référence et E et F sont à l'état liquide : h_E = c_l.(T_E – T_o) ; h_F = c_l.(T_F – T_o) ; s_E = c_l.ln(T_E/T_o) ; s_F = c_l.ln(T_F/T_o).

2) Identifier sur le diagramme de Mollier es courbes isobares, les courbes isochores, les courbes isothermes, et les courbes isotitre ; l'isotitre x = 1 correspond à la courbe de rosée (limite de saturation). Sous la courbe de saturation, remarquons que les isobares et les isothermes sont confondues.
On lira les valeurs au besoin par interpolation linéaire. Quelques indications pour situer les points :
Le point A est situé sur le diagramme par sa température (287°C) et son titre.
La transformation A→B est adiabatique et réversible donc isentropique.
La transformation B→C est isobare, et mène à une températre de 270°C.
La transformation C→D est adiabatique et réversible donc isentropique.
Les points E et F, situés sur la courbe d'ébullition (x = 0) n'apparaissent pas dans le diagramme.

état	P (bar)	θ (°C)	x	h ($kJ.kg^{-1}$)	s($kJ.kg^{-1}.K^{-1}$)
A	70	287	1	2770	5,8
B	10	180	0.83	2430	5,8
C	10	270	1 (vap sèche)	2980	7,0
D	0,05	35	0.83	2140	7,0
E	0,05	35	0	150	0,5
F	70	287	0	1200	3,0

3) Les transferts thermiques isobares correspondent aux variations d'enthalpie.

En écrivant le premier principe pour ce processus cyclique, on tire :
$W_1 = Q_{BC} + Q_{DE} + Q_{EF} + Q_{FA}$ en notant que $Q_{AB} = Q_{CD} = 0$ (adiabatiques).
$Q_{EF} = c_l.(T_F - T_E)$ en utilisant le modèle du fluide incompressible.
AN : $W_1 = 1180$ kJ.kg^{-1}.
L'énergie fournie par la source chaude est : $Q_1 = Q_{EF} + Q_{FA} + Q_{BC}$.
AN : $Q_1 = 3170$ kJ.kg^{-1}
Le rendement vaut : $\rho = W_1/Q_1 = 0{,}37$.

4) En faisant un bilan énergétique sur chacune des turbines (prendre un volume de contrôle et des tranches d'entrée et de sortie contenant 1 kg de fluide), on établit : $w_u = \Delta h$ pour chacune d'elle. (voir cours sur les systèmes ouverts).
Soit pour l'ensemble : $W_u = (h_B - h_A) + (h_D - h_C)$
On obtient : $W_u = 1180$ kJ.kg$^{-1} = W_1$.

5) On veut $P_u = 1300$ MW. Le travail massique est $W_u = 1180$ kJ.kg$^{-1} = W_1$.
La relation entre puissance et travail massique fait intervenir le débit massique du fluide D_m selon : $P_u = D_m.W_u$
D'où : $D_m = P_u/W_u$ AN : $D_m = 1100$kg.s^{-1}.