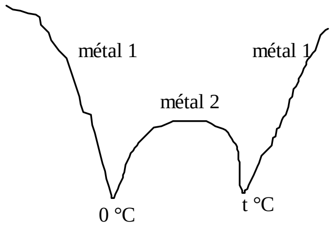
TEMPERATURE. PRESSION. STATIQUE DES FLUIDES.

1. Thermomètre à thermocouple :



1°) Un thermocouple est constitué de l'association de trois fils de métaux différents, joints par deux soudures. La f.é.m. du couple plomb-cobalt, lorsque l'une des soudures est à 0°C, vaut 1,114 mV à 50 °C ; 3,902 mV à 150°C et 7,436 mV à 250°C.
Montrer que cette f.é.m. peut, dans le domaine [0°C ; 250°C] se mettre sous la forme : $E = a.t + b.t^2$ et déterminer les constantes a et b.
2°) Si le couple n'avait été étalonné qu'à 250 °C et en admettant une loi linéaire pour E(t), à quelle température l'écart de température serait-il maximal par rapport à la loi réelle ?
R : 1°) avec les mesures à 50 °C et 250 °C, on détermine a et b par un système de deux équations à deux inconnues. On tire $b = 3{,}732.10^{-5}$ mV.°C^{-2} et $a = 2{,}041.10^{-2}$ mV.°C^{-1}.
2°) E = 0 pour t = 0, donc : $E = k.t = 2{,}974.10^{-2}$ t en mV/°C. Pour trouver l'écart de température est maximale entre les deux échelles, on va étudier cet écart $\Delta t = E/k - t$ avec t solution (positive) de $E = a.t + bt^2$. $E_{max} = 3{,}134$ mV ; $t_{max} = 125$ °C

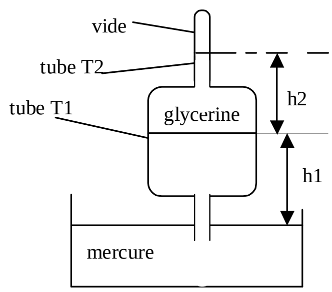
2. Evolution de la pression dans un fluide :

On envisage un océan, supposé en équilibre isotherme. La masse volumique de l'eau varie avec la pression selon la loi : $\rho = \rho_0[1 + a(P - P°)]$ où $a = 10^{-10}$ Pa^{-1}.
La profondeur est notée z, pour z = 0, $P = P° = 10^5$ Pa et $\rho = \rho_0 = 1000$ kg/m^3.
1°) Donner la loi P(z).
2°) Que devient cette loi pour des profondeurs faibles ?
3°) Calculer les valeurs de pression exactes et approchées pour z = 1 km. Quelle est l'erreur relative commise en utilisant l'expression approchée du 2°) ?
R : 1°) $P = P° + 1/a\,(\exp(a\rho_0 gz)-1)$; 2°) $P = P° + \rho_0 gz$, ce qui revient à considérer ρ = cste ; 3°) $\Delta P/P = 0{,}05$ %.

3. Répartition de pression et température :

On étudie la répartition de température et de pression en altitude de l'air sec dans l'atmosphère en équilibre adiabatique (absence d'échanges de chaleur entre masses d'air voisines ce qui conduit à la loi PV^γ = cste, l'air étant considéré comme un gaz parfait).
L'air est supposé être un gaz parfait, de masse molaire moyenne M = 29 g/mol et de coefficient $\gamma = 1{,}4$. A la surface du sol, $T_0 = 293{,}15$ K et $P_0 = 10^5$ Pa.
On donne $R = 8{,}314$ JK^{-1} mol^{-1} et g = 10 m/s².
1°) Etablir l'expression de la température T en fonction de l'altitude z et des constantes T_0, g, M, R et γ. On introduira la constante : $\beta = Mg/RT_0$.
2°) Etablir l'expression de la pression P en fonction de z, β, γ et P_0.
3°) Calculer les valeurs du gradient de température dT/dz, de la température T_1 et de la pression P_1 à l'altitude $z_1 = 2300$ m.
R : 1°)$T = T_0 - \beta(\gamma-1)T_0 z/\gamma$ 2°)$P = P_0[1 - \beta(\gamma-1)z/\gamma]^{\gamma/\gamma-1}$ 3°)$dT/dz = -9{,}98.10^{-3}$ K/m ;
T = 270 K et $P = 0{,}75.10^5$ Pa.

4. Baromètre différentiel à deux liquides :



Les sections respectives S_0, S_1 et S_2 de la cuve de mercure, du tube T_1 et du tube T_2 cylindriques respectent les proportions : $S_0/S_1 = 10$ et $S_1/S_2 = 20$. Le mercure, de masse volumique ρ_1 = 13,6 kg/l et la glycérine de masse volumique ρ_2 = 1,1 kg/l ont leur surface de séparation dans le tube T_1. On donne g = 9,81 m/s². La pression au dessus de la glycérine est pratiquement nulle (tension de vapeur de la glycérine très faible).

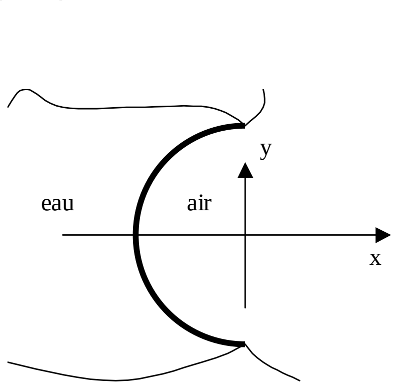
1°) La pression atmosphérique est P°, et les dénivellations des deux liquides sont h_1 et h_2. Etablir la relation entre P°, h_1 et h_2 à l'équilibre.
2°) Quand la pression atmosphérique augmente légèrement de P° à P° + ΔP, la surface libre de la glycérine monte de la quantité z. Donner ΔP en fonction de ρ_1 , ρ_2, S_2/S_1 , S_1/S_o, g et z.
3°) Calculer ΔP en millibar pour z = 30 mm. En déduire en mm/millibar la sensibilité de ce baromètre différentiel ainsi que son pouvoir amplificateur B par rapport au baromètre de Toricelli. (baromètre à mercure).
R : 1°) $P° = g(\rho_1 h_1 + \rho_2 h_2)$; 2°) $\Delta P = gz[\rho_1 ((S_2/S_1)(S_1/S_o) + S_2/S_1) + \rho_2(1 - S_2/S_1)]$
ΔP = 5,27 mbar ; 3°) 5,68 mm/mbar pour le baromètre différentiel et 0,75 mm/mbar pour le baromètre de Torricelli, donc B = 7,6.

5. Equilibre dans un tube en U :
Un tube en U de section constante s = 1 cm², ouvert aux deux extrémités, contient de l'eau.
1°) On ajoute dans l'une des branches un volume V = 6 cm^3 d'huile de masse volumique ρ_h = 0,90 $g.cm^{-3}$. Déterminer la dénivellation Δh_1 entre la surface libre de l'eau et la surface de séparation eau-huile.
2°) A partir de l'état d'équilibre précédent, on ajoute dans l'autre branche du tube en U un volume V' = 10 cm^3 d'acétone, de masse volumique ρ_a = 0,79 $g.cm^{-3}$.
Déterminer la dénivellation Δh_2 entre les deux interfaces eau-huile et eau-acétone, ainsi que la dénivellation Δh_3 entre les deux surfaces libres.

*R : Faire des schémas. Calculer les hauteur des colonnes d'huile et acétone mises en jeu. Ecrire la relation de la statique des fluides, et l'expliciter pour ces fluides incompressibles, en utilisant le fait que des points de m^me altitude z, situés dans un même fluide, sont à la même pression (intéressant notamment **au niveau des interfaces** où l'on a **continuité de la pression**).*
Δh_1 = 5,4 cm ; Δh_2 = 2,5 cm ; Δh_3 = 1,5 cm.

6. théorème d'Archimède. Corps partiellement immergé :
Un glaçon de forme cylindrique flotte à la surface de l'eau contenue dans un verre.
1°) Démontrer le théorème d'Archimède dans cette situation. On notera ρe la masse volumique de l'eau, R le rayon du glaçon, h sa hauteur et a sa hauteur à l'air libre.
2°) Connaissant les masses volumiques de l'eau ρ_e = 1000 kg/m³ et de la glace ρg = 920 kg/m³, déterminer le rapport a/h.
3°) Quelle force doit on exercer verticalement avec l'extrémité d'une paille pour maintenir le glaçon à la lisière de la surface de l'eau ? Doit on appuyer encore plus fort pour l'enfoncer complètement dans l'eau ?
*R : 1°) voir cours ; 2°) $a/h = 1 - \rho g/\rho_e = 0,08$; 3°) **F** = $(\rho e - \rho g)\pi R^2 a$**g** ; F = 7400 N. Non, si l'on néglige l'évolution de ρ_e avec la profondeur.*

7. Effort supporté par un barrage-voûte :
Un barrage hémicylindrique (c'est à dire dont la vue en plan est demi-circulaire) de rayon R est rempli d'eau sur une hauteur h. On note μ la masse volumique de l'eau, g l'accélération de la pesanteur.
Calculer la résultante des forces de pression exercées par l'air et l'eau sur le barrage.
Application numériques : R = 100 m ; h = 100 m ;
μ = 1 $kg.L^{-1}$; g = 9,81 m/s.



R : Par une intégration vectorielle des participations de chaque surface élémentaire $d\vec{F} = pd\vec{S}$: $F = \mu g R h^2$.