

## PREMIER PRINCIPE POUR LES SYSTEMES OUVERTS

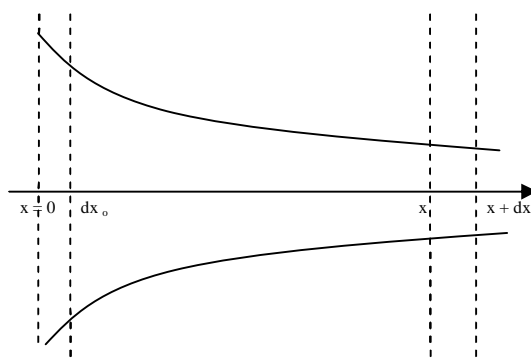
### 1. Écoulement d'un fluide dans une tuyère convergente.

On étudie la variation d'énergie cinétique d'un gaz dans une tuyère horizontale de révolution centrée autour d'un axe (xx'). L'aire de la section droite de la tuyère  $S(x)$  est variable le long de (xx'). L'écoulement a lieu sans frottement sur les parois.

Toutes les particules du gaz situées dans la tranche d'épaisseur  $dx$  d'abscisse  $x$  ont même vitesse  $w(x)$ , de même sens que (xx').

- a) Montrer en appliquant le premier principe (généralisé) de la thermodynamique que l'on peut écrire :

$$[h(x) + (1/2) M \cdot w_x^2] - [h_0 + (1/2) M \cdot w_0^2] = q(x).$$



Où  $h(x)$  représente l'enthalpie molaire du gaz de masse molaire  $M$  ; où  $q(x)$  est la quantité de chaleur reçue par une mole de gaz entre les abscisses  $0$  et  $x$ . Le régime d'écoulement est supposé permanent.

- b) L'écoulement est assez rapide pour qu'aucun échange de chaleur n'ait lieu :  $q(x) = 0$ . La transformation subie par chaque mole de gaz est alors adiabatique, et elle est supposée réversible. Le gaz utilisé est parfait,  $\gamma = \text{cste}$ . Déterminer la vitesse de sortie du gaz de la tuyère,  $w_1$ , en fonction de  $w_0$ ,  $\gamma$ ,  $T_0$  la température du gaz au point d'abscisse  $0$ ,  $M$ ,  $R = 8,314 \text{ J.K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1}$  et du rapport  $\Psi = P_1/P_0$  où  $P_1$  est la pression du gaz en sortie de tuyère et  $P_0$  celle à son entrée.

Application numérique :  $\gamma = 1,3$  ;  $P_0 = 1,25 \cdot 10^5 \text{ Pa}$  ;  $P_1 = 10^5 \text{ Pa}$  ;  $T_0 = 300 \text{ K}$  ;  $M = 44 \text{ g/mol}$  ;  $w_0 = 0$ .

*R : a) Utiliser l'expression du premier principe généralisée aux fluides en écoulement. On établira cette expression en raisonnant sur un système fermé en déplacement (voir cours).*

*Attention : on demande ici de raisonner sur les grandeurs molaires  $u$ ,  $h$ ,  $v$  ...*

*b) GP :  $\Delta H = C_p \Delta T$  ; transfo adiabatique et réversible d'un gaz parfait : loi de Laplace*

### 2. Détente dans le vide :

On considère un récipient de volume  $V_0$ , dans lequel on a fait un vide primaire. Les parois du ballon sont supposées adiabatiques. Le récipient est fermé par un robinet, que l'on ouvre à l'instant initial. Le robinet laisse alors l'air atmosphérique entrer lentement dans le ballon. On suppose négligeable la conduction thermique dans l'air.

A l'extérieur, l'air est considéré comme un gaz parfait diatomique, de coefficient  $\gamma = 1,4$ . L'air extérieur est supposé à la pression atmosphérique  $P_0$  et à la température ambiante  $T_0$ .

Quelle est la température  $T_1$  de l'air à l'intérieur du ballon quand la pression, initialement très faible, a atteint la valeur  $P_0$  ? On raisonne sur un système fermé : les  $n$  moles d'air admises dans le ballon à l'état final.

*R :  $W = P_0 \cdot V_0$  (travail de poussée),  $W = \Delta U = C_V(T_1 - T_0)$ , d'où :  $T_1 = \gamma \cdot T_0$ .*

### 3. Puissance d'une pompe :

Une pompe aspire l'eau d'un puits et la transvase dans un réservoir pressurisé avec un débit massique constant  $D_m$ . Le niveau supérieur de l'eau dans le réservoir est à une altitude  $h$  au dessus de celui du puits et la pression  $y$  est égale à  $P_1$ , supérieure à la pression atmosphérique  $P_0$ .

- a) On néglige toute viscosité : le fluide suit alors la relation entre enthalpie et pression :  $dH = (1/\rho) \cdot dP$  où  $\rho$  est la masse volumique de l'eau. Calculer la puissance  $P_f$  fournie par la pompe au fluide.
- b) La viscosité est prise en compte : l'écoulement du fluide dissipe une énergie  $K \cdot D_m / \rho$  par unité de masse transvasée, où  $\rho$  est la masse volumique du fluide et  $K$  un coefficient caractérisant le phénomène. Calculer la nouvelle valeur de  $P_f$ .

*R : a)  $P_f = D_m \cdot (gh + (P_1 - P_0)/\rho)$  ; b)  $P_f = D_m \cdot (gh + (P_1 - P_0)/\rho) + K \cdot D_m^2 / \rho$*

### 4. Réfrigérant :

De l'air chaud ( $P_1 = 6 \text{ bar}$ ,  $T_1 = 500 \text{ K}$ ) est refroidi de façon isobare jusqu'à la température  $T_0 = 300 \text{ K}$  dans un échangeur thermique parfaitement calorifugé. Le fluide réfrigérant est constitué d'eau (capacité thermique massique  $c = 4180 \text{ J.K}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1}$ ) qui entre à la température  $\theta_e = 12 \text{ }^\circ\text{C}$  et qui sort à la température  $\theta_s$  de l'échangeur. Le débit d'eau est  $d = 100 \text{ g/s}$  et celui de l'air est de  $6,5 \text{ g/s}$ . On donne  $M_{\text{air}} = 29 \text{ g/mol}$  et pour l'air  $\gamma \approx 1,4$ . Calculer  $\theta_s$ .

*R : Les puissances thermiques reçues par chacun des fluides sont opposées.*

*Pour chaque fluide :  $D_m(h_{\text{entrée}} - h_{\text{sortie}}) = P_{th}$  ;  $\Delta h_{\text{air}} = c_p \cdot \Delta T$  ;  $\theta_s = 15,1 \text{ }^\circ\text{C}$ .*