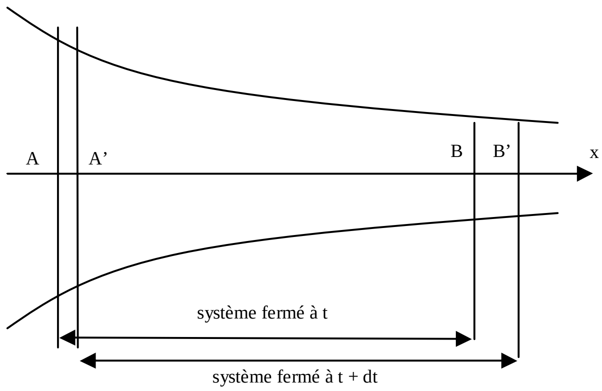
PREMIER PRINCIPE POUR LES SYSTEMES OUVERTS (Corrigé)

1. Ecoulement d'un fluide dans une tuyère convergente.



Système : {tranche de fluide en déplacement} (système fermé).

La tranche AA' est située à l'abscisse 0 (à dx près) tandis que la tranche BB' est à l'abscisse x, à dx' près.

Le régime étant stationnaire, la tranche A'B (système ouvert fixe) doit contenir à tout instant la même quantité de matière. Pendant dt, dn moles vont traverser la section positionnée en A' et dn moles vont faire de même en la position B.

La quantité δn de moles contenue dans la tranche d'entrée AA' doit donc être égale à celle contenue dans la tranche de sortie BB'.

Bilan énergétique (1° principe) écrit pour le système fermé, entre t et t + dt.

$dU + dE_c = \delta W + \delta Q$

avec $dU = U_{(A'B')}(t + dt) - U_{(AB)}(t)$

soit : $dU = \delta n.u(x) + U_{(A'B)}(t + dt) - U_{(A'B)}(t) - \delta n.u(0)$ en notant u(x) l'énergie interne molaire du fluide à l'abscisse x.

Du fait du régime stationnaire : $U_{(A'B)}(t + dt) = U_{(A'B)}(t)$

donc : $dU = \delta n.[u(x) - u(0)]$

Le raisonnement est identique pour l'énergie cinétique :

soit : $dE_c = \delta n.e_c(x) + E_{c(A'B)}(t + dt) - E_{c(A'B)}(t) - \delta n.e_c(0)$ en notant $e_c(x) = (1/2).M.w(x)^2$ l'énergie interne molaire du fluide à l'abscisse x, w(x) étant la vitesse du fluide à cette abscisse et M sa masse molaire (invariante).

Du fait du régime stationnaire : $E_{c(A'B)}(t + dt) = E_{c(A'B)}(t)$

donc : $dE_c = \delta n.[e_c(x) - e_c(0)]$

Le travail reçu par le fluide est $\delta W = \delta W_{amont} + \delta W_{aval} = P(0).v(0).\delta n - P(x).v(x).\delta n$ où v(x) est le volume molaire du fluide en l'abscisse x.

Le transfert thermique reçu est d'après l'énoncé : $\delta Q = q(x).\delta n$ dans la tuyère, entre les abscisses 0 et x, sur une durée dt où δn moles traversent la tuyère.

Il vient donc : $\delta n.[u(x) - u(0)] + \delta n.[e_c(x) - e_c(0)] = P(0).v(0).\delta n - P(x).v(x).\delta n + q(x).\delta n$

En simplifiant par δn et en rassemblant les termes, on fait apparaître l'enthalpie molaire $h(x) = u(x) + P(x).v(x)$

soit donc : $[h(x) - h(0)] + [e_c(x) - e_c(0)] = q(x)$

soit : $[h(x) + Mw(x)^2/2] + [h(0) + Mw(0)^2/2] = q(x)$

b) Le phénomène est supposé adiabatique : q(x) = 0

Ayant un gaz parfait, il suit la seconde loi de Joule : $\Delta h = c_p.\Delta T$ (ici cp est constant car γ = cste)

soit : h(x) – h(0) = $h(x) - h(0) = \frac{\gamma R}{\gamma - 1}\left(T(x) - T(0)\right)$

T(x) n'est pas donnée, mais les conditions d'application de la loi de Laplace sont réunies (adiabatique, gaz parfait, réversible, γ constant). En employant la forme : $P^{1-\gamma}.T^{\gamma} = Cste$ on tire :

$$T(x) = T(0)\left(\frac{P(0)}{P(x)}\right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = T(0)(\psi)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \quad \text{où} \quad \psi = \frac{P(x)}{P(0)} \quad \text{avec } P(x) = P_1.$$

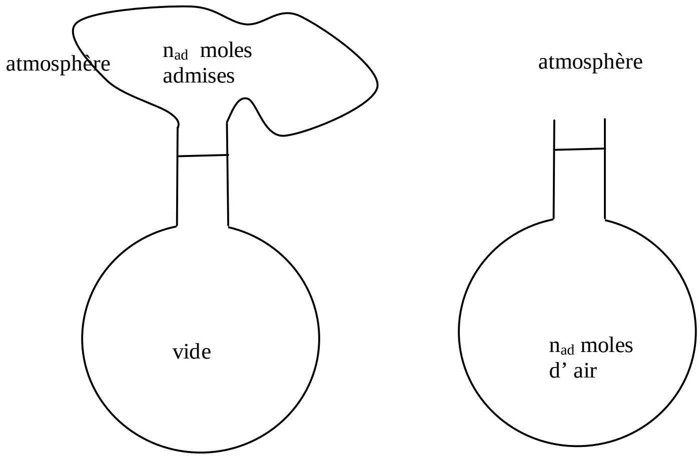
En reprenant le bilan établi en a) : $\frac{1}{2}Mw(x)^2 = \frac{1}{2}Mw(0)^2 + \frac{\gamma R}{\gamma - 1}T(0)\left(1-\psi^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}\right)$

dont on tire finalement :

$w(x) = \sqrt{\frac{2}{M}\frac{\gamma R}{\gamma - 1}T(0)\left(1-\psi^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}\right)}$ en considérant que w(0) ≈ 0.

AN : T_1 = 285 K = 12°C , W_1 = 157 m/s = 565 $km.h^{-1}$.

2. Détente dans le vide :



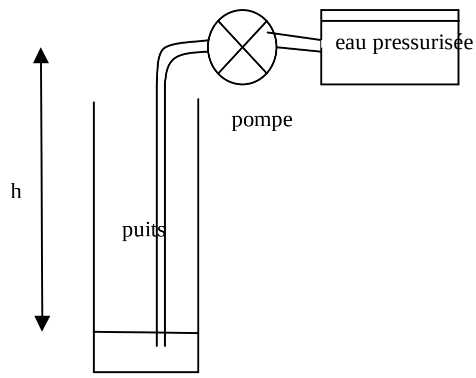
Système : { n_{ad} moles d'air admises dans le ballon et intérieur du ballon} système fermé.
Etat initial : n_{ad} moles dans l'atmosphère, P_o, T_o, et du vide.
Etat final : n_{ad} moles d'air dans le ballon, P_o, T_1.
Le bilan énergétique s'écrit : ΔU = W , car Q = 0, la transformation étant supposée adiabatique. Le travail W correspond au travail des forces pressantes exercées par l'extérieur (donc par l'atmosphère) durant le processus.
Pour l'air entrant, la variation d'énergie cinétique est nulle ; celle d'énergie potentielle est négligeable.
$W = \int P_o.\delta V = P_o.\int \delta V$ où δV est le volume balayé par la frontière entre le système et l'extérieur.
Il vient : W = $P_o.V_o$ où V_o est le volume occupé par les n_{ad} moles d'air qui seront admises dans le ballon, lorsqu'elles sont dans les conditions atmosphériques (P_o, T_o) : $V_o = n_{ad}RT_o/P_o$
donc : $W = n_{ad}RT_o$.

Ayant un gaz parfait, de γ constant, la première loi de Joule amène ΔU = $\frac{n_{ad}R}{\gamma - 1}(T_1 - T_0)$

On tire donc : $(\gamma - 1).T_o = T_1 - T_o$ soit $T_1 = \gamma.T_o$

3. Puissance d'une pompe :

La pompe a un débit massique D_m constant. On est en régime stationnaire. La dénivellation subie par le fluide pompé est de h. En négligeant toute viscosité, dH = (1/ρ).dP (pour 1 kilogramme de fluide).



Faisons un bilan énergétique entre entrée et sortie, sur une durée dt. Le volume de contrôle contient l'ensemble du fluide situé dans la pompe et dans les tubes de connection. La face d'entrée est située au point bas et la face de sortie est située en sortie de pompe, à l'entrée du réservoir pressurisé.

Etant en régime stationnaire, l'énergie totale contenue dans le volume de contrôle ne varie pas dans le temps.

Il n'y aura ni accumulation ni déficit de matière dans ce volume de contrôle, donc la quantité de masse dm = $D_m$dt contenue dans la tranche d'entrée est identique à celle dans la tranche de sortie.
L'eau étant immobile dans le puits et dans le réservoir, l'énergie cinétique n'interviendra pas.

Notons en minuscules les quantités massiques.
Le premier principe donne : $D_m.dt.g(z_s - z_e) + D_m.dt.(u_s - u_e) = \delta W + \delta Q + \delta W'$
Le sujet ne mentionne aucun transfert thermique : $\delta Q \approx 0$
δW représente les travaux des forces pressantes : $\delta W = (P_e.v_e - P_s v_s).D_m.dt$
$\delta W'$ est le travail apporté par la pompe sur la durée dt : $\delta W' = P_f.dt$

Il vient : $D_m.gh + D_m.[(u_s + P_s v_s) - (u_e + P_e v_e)] = P_f$ soit : $D_m.gh + D_m.[(h_s) - (h_e)]$

avec $h_s - h_e = \int_e^s dh = \int_e^s \frac{1}{\rho} dP = \frac{P_s - P_e}{\rho}$ car ρ = cste.

D'où finalement : $P_f = D_m\left(gh + \frac{P_1 - P_o}{\rho}\right)$

b) Le terme de dissipation d'énergie dû à la viscosité est de forme $K.D_m/\rho$, par unité de masse transvasée. Le bilan de puissance mettant en jeu des énergies par unité de temps, il correspond au transfert d'une masse D_m. Le terme de puissance dissipée par viscosité est donc $K.D_m^2/\rho$. Ce terme doit être apporté en sus par la puissance de la pompe. Donc finalement : $P_f = D_m\left(gh + \frac{P_1 - P_o}{\rho}\right) + \frac{KD_m^{\ 2}}{\rho}$

4. Réfrigérant :

La mise en équation se fait pour chacun des deux fluides (air et eau) en considérant une tranche de fluide entrée-sortie en déplacement (système fermé). Le volume de contrôle est délimité par l'échangeur thermique.
Les variations d'énergie cinétique et d'énergie potentielle sont négligeables. (le sujet ne donne d'ailleurs aucune information pour les préciser…).
Le régime étant supposé stationnaire, une même quantité de masse est contenue dans les tranches d'entrée et de sortie : $dm_e = dm_s = dm = D_m.dt$ en raisonnant sur une durée dt, avec un débit massique D_m.

Pour chacun des fluides le bilan énergétique s'écrira : $dU = \delta Q + \delta W_e + \delta W_s$ sur une durée dt.
Notons les grandeurs massiques en minuscules.
δW_e étant le travail des forces pressante en entrée : $\delta W_e = P_e v_e.D_m.dt$
δW_s étant le travail des forces pressante en entrée : $\delta W_s = -P_s v_s.D_m.dt$
Comme le régime est stationnaire, le volume de contrôle contient une quantité d'énergie interne identique à tout instant.
Donc : $dU = dm_s.u_s - dm_e.u_e = D_m.dt.(u_s - u_e)$
On a donc pour chaque fluide : $D_m.dt.(u_s + P_s v_s - u_e - P_e v_e) = \delta Q$
En sommant les contributions pour l'eau et pour l'air, Le système étant thermiquement isolé : $\delta Q_{eau} + \delta Q_{air} = 0$ (l'échange thermique ne se fait qu'entre l'air et l'eau dans l'échangeur) :

$D_m.dt.(h_s - h_e)_{air} + D_m.dt.(h_s - h_e)_{eau} = 0$

soit : $D_{mair}.c_p\ (T_o - T_1)_{air} + d.c.(\theta_s - \theta_e)_{eau} = 0$

d'où finalement : $\theta_s = \theta_e + D_{mair}.c_p.(T_1 - T_o)/(d.c)$ AN : θ_s = 15,1 °C avec $c_p = \frac{\gamma R \frac{1}{M_{air}}}{\gamma - 1}$