L'AMPLIFICATEUR OPERATIONNEL

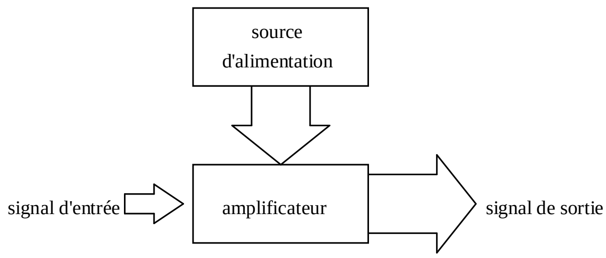
introduction :

L'amplificateur opérationnel, de dénomination plus exacte "amplificateur de différence intégré" est un circuit intégré qui a été conçu dans le but de réaliser, en l'associant à quelques dipôles simples (résistances, condensateurs, bobines...) des opérateurs, c'est à dire des circuits électriques effectuant des opérations mathématiques analogiques telles que sommation, soustraction, multiplication par une constante, intégration, dérivation ... ou logiques, telles que comparaison à une valeur ou mémorisation d'un signal.
La présentation de l'A.O. se fera essentiellement en TP-cours. Nous nous limiterons ici à une introduction sommaire, restreinte au cas particulier de montages à A.O. idéal en fonctionnement linéaire, dans le but de savoir mettre en équation de tels circuits.
L'ampli op. idéal est un modèle s'affranchissant des divers défauts des ampli op. réels que nous examinerons à l'occasion des travaux pratiques.

I Présentation :

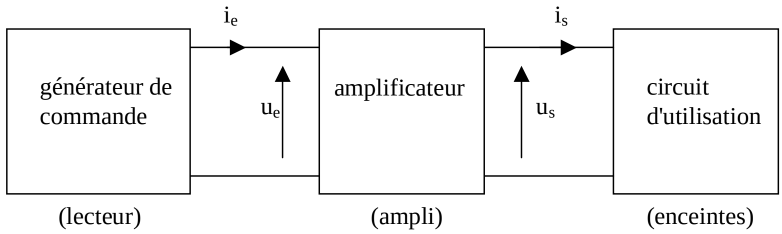
I-1 Généralités. Caractéristique statique de transfert :

D'une façon générale, la fonction d'un amplificateur peut se résumer au schéma suivant :



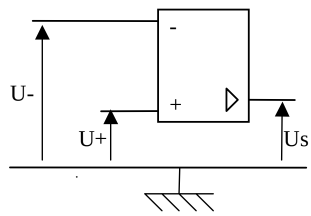
Un amplificateur va amplifier un signal d'entrée ou signal de commande, relativement faible, et délivrer un signal de sortie, qui sera ensuite employé dans le circuit d'utilisation (dit de charge). (exemple : l'amplificateur d'une chaîne hi-fi).

Si l'on ne tient pas compte des liaisons au circuit d'alimentation, un amplificateur pourra donc être vu comme un quadripôle (portion de circuit délimitées par quatre bornes):



Le gain G = u_s / u_e est le rapport de l'amplitude du signal de sortie sur celle du signal d'entrée. Il permet d'évaluer l'amplification effectuée par le système.

Notation : L'amplificateur opérationnel est symbolisé par :



On ne représente en général pas le système d'alimentation (usuellement +15V/-15 V continu, symétrique).

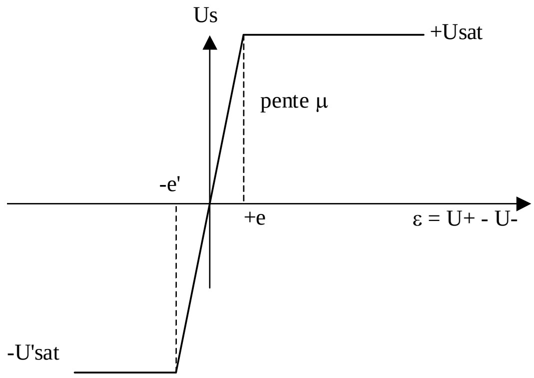
En électronique, les potentiels des différents points du réseau sont considérés par rapport à une référence commune à l'ensemble du circuit.(En général la masse de l'alimentation).

Caractéristique statique de transfert :

Un amplificateur différentiel répond par définition à la loi : $\boxed{u_s(t) = \mu[u_{e+}(t) - u_{e-}(t)] = \mu.\varepsilon}$

μ est un nombre positif, grand, nommé amplification de différence de l'ampli.
Cette loi entraîne que u_{e+} a tendance à faire augmenter u_s et u_{e-} a tendance à faire diminuer u_S.
La borne d'entrée - est nommée entrée **inverseuse**, la borne d'entrée + étant l'entrée **non-inverseuse** de l'ampli op.

Un amplificateur opérationnel, en régime suffisamment lentement variable (jusqu'à 10000 Hz couramment) admet la caractéristique de transfert suivante :



On distingue :
- un segment de droite de pente μ très forte ; région dans laquelle l'ampli op. a un très grand gain,
- deux paliers horizontaux, correspondant à la saturation de l'ampli op.

La valeur de l'ordonnée de ces paliers dépend de l'alimentation de l'ampli op.

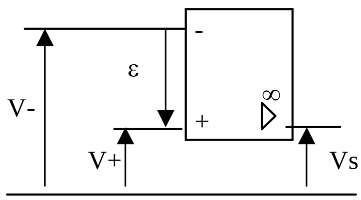
En alimentant avec une tension + ou - 15 V, symétrique (comme c'est usuellement le cas),
$U_{sat} = U'_{sat} \approx 13{,}5$ V, légèrement inférieures à la tension d'alimentation.
e et -e' sont les valeurs de $\varepsilon = U_+ - U_-$ marquant le début du palier de saturation. Elles dépendent de U_{sat} et U'_{sat} mais aussi de μ. (μ est de l'ordre de 10^4 à 10^6 selon les modèles).
e et e' ont donc des valeurs très faible, de l'ordre du micro volt.

L'ampli opérationnel apparaît donc comme un amplificateur différentiel, comportant des limitations en tension de sortie, pour des raisons pratiques.

Pour $\varepsilon < -e'$: $u_S = -U'_{sat}$, c'est la **zone de saturation négative**,
Pour $\varepsilon > e$: $u_S = U_{sat}$, c'est la **zone de saturation positive**,
Si $-e' < \varepsilon < e$: **zone de fonctionnement linéaire**.

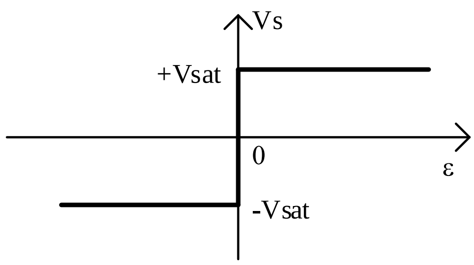
La zone de fonctionnement linéaire est donc très réduite (quelques microvolts), si bien que la moindre tension perturbatrice recueillie aux bornes d'entrée de l'ampli op. l'amènera à saturation s'il est utilisé en boucle ouverte.
C'est pourquoi, sauf exception, l'ampli op. sera employé en montages **bouclés** dit **montages avec réaction**, c'est à dire des montages où l'on va renvoyer une partie de la tension de sorite sur l'une des entrée de l'A.O.

<u>I-2 L'amplificateur opérationnel idéal :</u>



Un ampli op. est dit idéal s'il est caractérisé par :
- une impédance d'entrée infinie, donc des courants d'entrées nuls : $i_+ = i_- = 0$
- une impédance de sortie nulle ; l'ampli opérationnel en fonctionnement linéaire est alors équivalent, vu de la sortie, à une source de tension idéale $V_S = \mu.\varepsilon$.
- un gain différentiel μ infini, ce qui fait qu'<u>en régime linéaire</u> la différence de potentiel ε existant entre les entrées de l'ampli op. est nulle : $\varepsilon = V_+ - V_- = 0$
- une tension de sortie v_S nulle en l'absence de signal d'entrée.

Ces considérations conduisent à la caractéristique suivante :



Remarque :
On peut s'étonner du fait que l'on puisse avoir une tension de sortie V_S et un courant de sortie i_S non nuls, donc que l'ampli op. débite une certaine puissance $V_S.i_S$, alors qu'en entrée, en fonctionnement linéaire, $\varepsilon = 0$ et pour tout type de fonctionnement $i_+ = i_- = 0$.
N'oublions pas que dans sa constitution interne l'ampli op.est extrêmement complexe, et qu'il comporte notamment de nombreux composants actifs (transistors...) alimentés par la source

d'alimentation continue nécessaire au fonctionnement de l'ampli op. Celle-ci fournit la puissance électrique permettant d'avoir une puissance non nulle en sortie de l'ampli opérationnel.

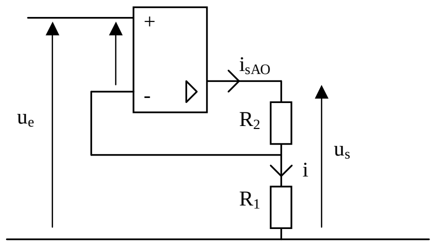
Nous allons examiner ci-après les situations qui vont conduire l'A.O. à fonctionner en régime linéaire ou en régime saturé dans un montage. Cette présentation, sommaire, sera reprise et approfondie en TP-cours.

I-3 Stabilisation dans le domaine linéaire par rétroaction :

Un montage avec un A.O., comportant une boucle de réaction négative ou rétroaction, c'est à dire un renvoi de la tension de sortie (ou d'une fraction de cette tension) sur la borne inverseuse foncionnera en régime linéaire.

Considérons l'exemple du montage amplificateur non-inverseur :

Les potentiels sont évalués par référence à la masse du montage.



$V_+ = u_e$; $V_- = R_1.u_s/(R_1 + R_2) = \beta.u_s$
en notant $\beta = R_1/(R_1 + R_2)$.

$\varepsilon = V_+ - V_- = u_e - \beta.u_s$.

Si l'A.O. est en régime linéaire : $u_s = \mu.\varepsilon$.

En pratique, μ est très grand ($\approx 10^5$), donc ε doit rester très faible pour que l'A.O. n'atteigne pas la saturation.

La boucle de réaction va maintenir $\varepsilon \approx 0$: partant d'un état où $\varepsilon \approx 0$, une légère augmentation de ε va entraîner une augmentation proportionnelle de $u_s = \mu.\varepsilon$. Le terme $\beta.u_s$ va augmenter de même. Or ce terme intervient négativement dans l'expression : $\varepsilon = u_e - \beta.u_s$. En dernier ressort, on a donc compensation de l'augmentation de ε, l'A.O. reste en régime linéaire.

On peut finalement expliciter : $u_s = \mu.(u_e - \beta.u_s)$ soit $u_s = \dfrac{\mu}{1+\mu\beta}u_e$

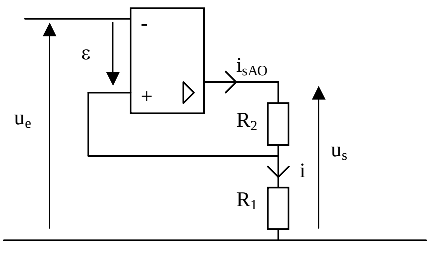
On perçoit ici tout l'intérêt de l'A.O. en régime linéaire : on sait fabriquer des composants amplificateurs de très grand gain μ, mais la valeur de μ n'est pas très bien maîtrisée à la fabrication. En intégrant l'A.O. dans un montage avec rétroaction, le gain du montage sera déterminé par les valeurs de R_1et R_2 :

$G = u_s / u_e = 1/\beta$, pourvu que l'on ait la condition : $\mu.\beta >> 1$.

En considérant $\mu \to \infty$, dans le modèle de l'A.O. idéal, la forme $\mu.\varepsilon$ sera indéterminée à condition d'avoir $\varepsilon = 0$ (en réalité $\varepsilon \approx 0$). Le fonctionnement en régime linéaire se traduit donc alors par $\varepsilon = V_+ - V_- = 0$. On aura alors $V_+ = V_-$ avec $V_+ = u_e$ et $V_- = \beta.u_s$.

Le gain G du montage vaut donc $G = u_s / u_e = 1/\beta$.

I-4 Fonctionnement saturé en réaction positive :



Le montage ci-contre est profondément différent du montage précédent : la boucle de réaction est maintenant positive.(sur la borne non inverseuse de l'A.O.).

$V_- = u_e$; $V_+ = R_1.u_s/(R_1 + R_2) = \beta.u_s$
en notant $\beta = R_1/(R_1 + R_2)$.

$\varepsilon = V_+ - V_- = \beta.u_s - u_e$

Partant d'une situation initiale où $\varepsilon = 0$, une petite augmentation de ε va amener une grande augmentation de u_s : $u_s = \mu.\varepsilon$, ce qui vient encore accroître la valeur de ε, puisque le terme $\beta.u_s$ y intervient positivement. La tension u_s va augmenter rapidement pour sortir du domaine de réponse linaire. Le bouclage de cet effet amène donc quasi immédiatement l'A.O. en saturation. (analogue à l'effet « Larsen » en sonorisation). La relation $u_s = \mu.\varepsilon$ n'est alors plus valide.

ε va atteindre des valeurs de plusieurs volts en fonctionnement saturé.

II Mise en équation.

La mise en équation d'un problème comportant un ampli opérationnnel se fera d'abord en déterminant le ***type de réaction*** :

• sur borne + , rétroaction positive : le fonctionnement sera saturé (et alors $V_+ \neq V_-$) .
La tension de sortie aura alors deux valeurs possibles $+V_{sat}$ ou $-V_{sat}$. L'étude de ce type de montage non linéaire sera abordée ultérieurement.

• sur borne -, rétroaction négative : le fonctionnement sera linéaire.

• Si le montage comporte à la fois une réaction positive et une rétroaction, le sujet précisera nécessairement son type de fonctionnement (linéaire ou saturé).

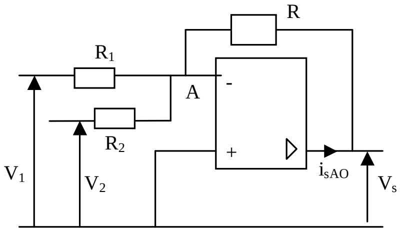
On pourra ensuite appliquer au réseau électrique étudié les lois de Kirchoff, ou utiliser les théorèmes qui en découlent en tenant compte des caractéristiques spécifiques à l'ampli op.

A savoir :	pour un ampli op. idéal : $\mathbf{i_+ = i_- = 0}$
	pour un ampli op. idéal **en régime linéaire** : $\boldsymbol{\varepsilon = V_+ - V_- = 0}$ **soit** $\mathbf{V_+ = V_-}$**.**
	pour un ampli op. idéal **en régime saturé, non linéaire** : $\boldsymbol{\varepsilon = V_+ - V_- \neq 0}$ **,** **avec** $\mathbf{V_s = +V_{Sat}}$ **si** $\boldsymbol{\varepsilon > 0}$ **et** $\mathbf{V_s = -V_{Sat}}$ **si** $\boldsymbol{\varepsilon < 0}$**.**

Pour un fonctionnement linéaire, on exprimera les potentiels aux entrées inverseuses et non inverseuses de l'ampli op., que l'on égalera en régime linéaire ($V_+ = V_-$), ce qui fournit en général une équation permettant de résoudre le problème.

L'étude des montages à AO en fonctionnement saturé sera traitée ultérieurement en TP-cours.

Remarque importante :
L'application du théorème de Millmann à la borne de sortie de l'AO ne présente pas d'intérêt, car il ferait alors intervenir un terme d'intensité $i_{s(AO)}$ correspondant au courant de sortie de l'AO, non déterminé a priori.
exemple :



montage sommateur inverseur
L'ampli op. est supposé idéal : $i_+ = i_- = 0$
il y a rétroaction sur l'entrée inverseuse : $V_+ = V_-$

Appliquons le théorème de Millmann en A :
$$V_A = V_- = \frac{\frac{V_1}{R_1} + \frac{V_2}{R_2} + \frac{V_s}{R}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R}}$$

Or $V_+ = 0$, donc $V_- = 0$,

d'où après calculs : $V_s = \left(\frac{-R}{R_1}\right).V_1 + \left(\frac{-R}{R_2}\right).V_2$ V_s s'exprime ainsi assez aisément.

Par contre, l'écriture du théorème de Millmann à la sortie de l'AO donne : $V_s = \dfrac{\frac{V_-}{R} + i_{s(AO)}}{\frac{1}{R}}$

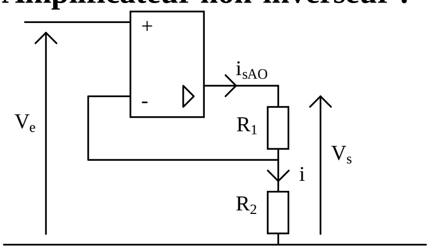
qui n'apporte pas de renseignement sur Vs, puisque i_{sAO} n'est pas connu.

(Cette équation permet seulement d'expliciter is_{AO}, les autres grandeurs étant connues).

III Montages fondamentaux avec AO idéal en fonctionnement linéaire.

La mémorisation de ces montages n'est pas demandée, mais leur étude doit pouvoir être réalisée avec aisance

Amplificateur non-inverseur :

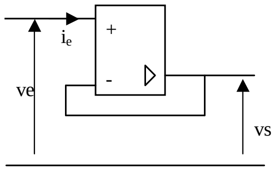


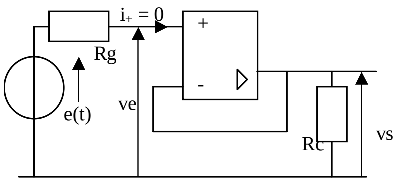
$i_+ = i_- = 0$
rétroaction sur la borne inverseuse, donc fonctionnement linéaire : $v_+ = v_- = V_e$
$v_+ = v_- = V_e = R_2 . i$ et $V_s = (R_1 + R_2).i$

donc $\boxed{v_s / v_e = (R_1 + R_2) / R_2 = 1 + (R_1 / R_2) = A}$;
où A est nommée l'amplification en tension du circuit

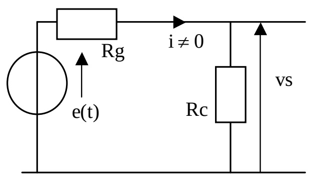
Suiveur :

C'est un cas particulier du montage précédent, où $R_1 = 0$ et R_2 tend vers l'infini. On obtient alors une amplification en tension $v_s / v_e = 1$.
donc : $V_s(t) = V_e(t)$
L'intérêt de ce montage est l'absence de courant d'entrée ($i_e = 0$).





montage 1



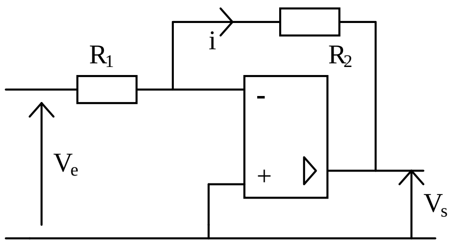
montage 2

Envisageons ce suiveur inséré dans un montage (montage 1).

Il permet de séparer le générateur (e(t), Rg), qui débite un courant théoriquement nul (en pratique très faible) de la charge R_c qui reçoit la puissance fournie par l'amplificateur opérationnel. On parle de "montage tampon".
Si l'on compare la tension de sortie qui serait obtenue en présence du montage suiveur (montage 1) et en son absence (montage 2), on aura :

- pour le premier cas : $V_s = V_e = e(t)$, quelle que soit la valeur de R_c car aucun courant n'est débité dans l'entrée de l'AO.
- dans le second cas : la valeur de V_s dépendra du courant i débité par le générateur, et donc de la valeur de la résistance de charge R_c : $V_s = e(t) - R_g . i(t) = \dfrac{R_c}{R_g + R_c} e(t)$

Amplificateur inverseur :

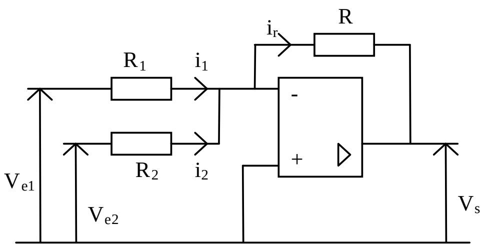


$i_+ = i_- = 0$;
rétroaction sur la borne inverseuse : $v_+ = v_- = 0$
i est l'intensité qui traverse R_1 **et** R_2, car $i_- = 0$.

$V_s = - R_2 . i$ et $V_e = R_1 . i$, puisque $v_- = 0$

donc : $\boxed{V_s / V_e = -R_2 / R_1.}$

Sommateur inverseur :



Notons la présence de 2 ou plusieurs générateurs d'entrée, alimentant la borne inverseuse.
La structure du circuit ressemble à celle de l'amplificateur inverseur.
$i_+ = i_- = 0$;
rétroaction sur l'entrée inverseuse : $v_+ = v_-$
or : $v_+ = 0$, donc $v_- = 0$.

On peut exprimer : $i_1 = V_{e1} / R_1$ et $i_2 = V_{e2} / R_2$.

Par ailleurs, $V_s = -R\, i_R$, soit $i_R = -v_s / R$.
En écrivant la loi des noeuds, à l'entrée inverseuse, il vient :

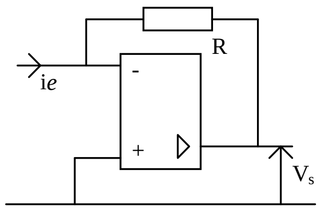
$i_1 + i_2 = i_R$, donc $\boxed{V_S = -\left(\frac{R}{R_1} V_{e1} + \frac{R}{R_2} V_{e2}\right)}$

En généralisant au cas de N résistances Rk, soumises aux tensions d'entrée V_{ek} :

$$\boxed{v_s = -\sum_k v_{e_k} \frac{R}{R_k} = -\sum_k A_k v_{e_k}} \quad ; \quad \text{avec } A_k = R / R_k.$$

Remarque : l'utilisation du théorème de Millmann est bien adaptée à ce montage.

Convertisseur courant-tension :



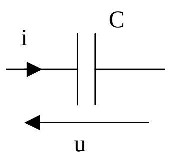
$i_+ = i_- = 0$ rétroaction sur la borne inverseuse : $v_+ = v_-$
On a : $v_+ = 0$ donc $v_- = 0$.

Le courant traversant R vaut i_e, puisque $i_- = 0$

donc : $\boxed{V_S = -R.i_e}$; ou encore : $V_S / i_e = -R$

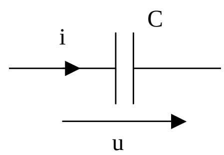
<u>remarque :</u> le montage précédent constitue la réalisation pratique d'un générateur de tension commandé en courant : la valeur de V_s est commandée par le courant d'entrée i_e.

Les deux derniers montages envisagés mettent en jeu un condensateur de capacité C.

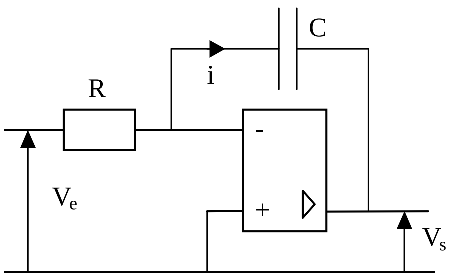


On rappelle : $i = C.(du/dt)$ relation courant-tension dans le condensateur C, en convention récepteur.

$i = -C.(du/dt)$ relation courant-tension dans le condensateur C, en convention générateur.



Intégrateur :



L'A.O. , supposé idéal, est en régime linéaire **:**
$V_+ = V_-$ avec $V_- = 0$; $i_+ = i_- = 0$, donc :
$i = V_e / R$ (relation courant-tension dans le résistor R, en convention récepteur)
et
$i = -C.(dV_s/dt)$ (relation courant-tension dans le condensateur C, en convention générateur)

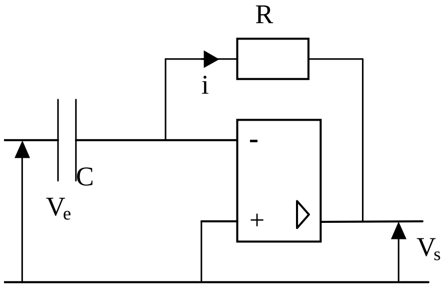
On tire : $V_e = -RC\frac{dV_s}{dt}$

ou en intégrant cette relation entre t = 0 et t : $V_s(t) = V_s(0) - \frac{1}{RC}\int_0^t V_e(x)dx$

soit par abus de notation : $V_s(t) = -\frac{1}{RC}\int V_e(t)dt$
La tension de sortie $V_s(t)$ apparaît fonction de l'intégrale de la tension d'entrée.

N.B. : en pratique, le fonctionnement effectif de ce montage pose des difficultés qui seront abordées en TP-cours.

Dérivateur :



L'A.O. , supposé idéal, est en régime linéaire **:**
$V_+ = V_-$ avec $V_- = 0$; $i_+ = i_- = 0$, donc :
$i = C.(dV_e/dt)$ (relation courant-tension dans le condensateur C, en convention récepteur)
et
$i = - V_s / R$ (relation courant-tension dans le résistor R, en convention générateur)

On tire : $V_s = -RC\dfrac{dV_e}{dt}$

La tension de sortie $V_s(t)$ apparaît proportionnelle à la dérivée de la tension d'entrée.

Exercices :

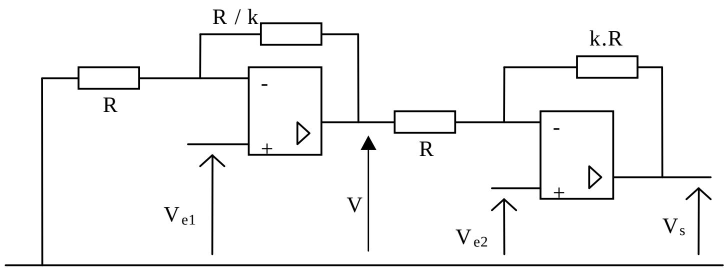
dans toute la suite, on supposera les ampli.op. comme idéaux.

Exercice 1 : Amplificateur différentiel

On supposera les ampli.op. comme idéaux.

Montrer que le dispositif ci-contre est un amplificateur différentiel, qui par définition délivre en sortie une tension sous la forme:

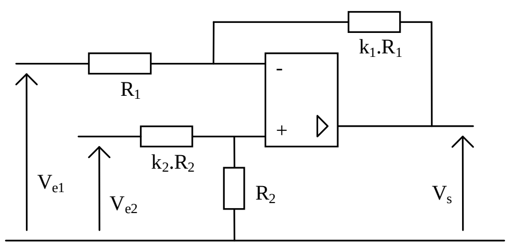
$$V_s = A\,(V_{e_2} - V_{e_1}).$$



Exprimer le gain différentiel A en fonction du coefficient k (sans dimension).

Exercice 2 : Soustracteur pondéré de tension.

On considère l'opérateur soustracteur pondéré suivant ; l'ampli.op. est considéré comme idéal.



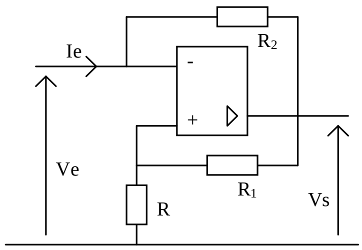
a) Exprimer par deux méthodes la tension de sortie V_s en fonction de V_{e_1} et V_{e_2}, k_1 et k_2. (théorème de Millmann ; loi d'additivité des tensions).

b) Quelle relation doit-il exister entre k_1 et k_2 pour obtenir un ampli différentiel, dont on déterminera le gain en fonction de k_1 ?

c) Déterminer, en fonction de R_1, R_2 et k_2 les résistances d'entrée R_{e1} et R_{e2} de chacune des voies 1 et 2, définies par :

$R_{e1} = (V_{e1} / I_1)_{Ve2 = 0}$ et $R_{e2} = (V_{e2} / I_2)_{Ve1 = 0}$.

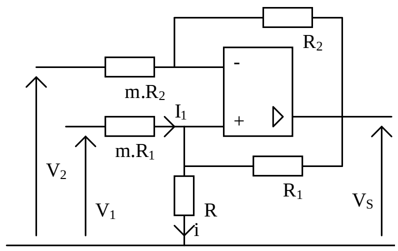
Exercice 3 : convertisseur d'impédance négative ("résistance négative")



L'ampli. Op. est idéal et supposé fonctionner en régime linéaire. Calculer l'impédance d'entrée $Z_e = V_e / I_e$ du montage en fonction de R, R_1 et R_2.

Exercice 4 : Montages à deux réactions, convertisseur tension-courant :

L'ampli. Op. est idéal et supposé fonctionner en régime linéaire.



Le coefficient m est sans dimension. c'est un paramètre constant du problème.

a) Exprimer i en fonction de m, R_1 et $(V_1 - V_2)$, la différence des tensions d'entrées.

b) On impose $V_2 = 0$ en branchant $m.R_2$ sur la masse. Montrer que l'on réalise ainsi une source de courant commandée en tension, dont on déterminera en fonction de m, R_1 et R le coefficient de transport $K = i / V_1$ et l'impédance d'entrée définie par la relation : $Z_e = V_1 / i_1$.

N.B. : Les exercices 1, 2, 3 et 4 seront corrigés à l'occasion des Travaux Dirigés.

R : ex1 : $Ve_1 = kV/(1+k)$ *et* $Ve_2 = kV/(1+k) + V_S/(1+k)$ *d'où* $V_S = (1+k)(Ve_2 - Ve_1)$

ex2 : par le th. de Millmann et en écrivant V_+ *et* V_- *puis* $V_+ = V_-$

on tire $V_S = \dfrac{1+k_1}{1+k_2} Ve_2 - k_1 Ve_1$.

Il faut $k_1 = 1/k_2$. $Re_1 = R_1$ *et* $Re_2 = (1+k_2)R_2$.

ex3 : Comme $V_+ = V_-$: $V_e = RI_1$, I_1 *étant l'intensité traversant les résistances* R_1 *et R.Relier ensuite* I_1 *et I. On tire :* $Z_e = -RR_2/R_1$;

ex4 : a) $i = (V_1 - V_2)/ mR_1$; *b)* $i = V_1 / mR_1$; $Ze = mR_1 / (1-R / mR_1)$