1 Lois générales dans le cadre de l'approximation des régimes quasi-stationnaires :

L'électrocinétique est l'étude des courants électriques associés aux déplacements d'ensemble de particules chargées. La première partie du cours est centrée sur le cas des circuits linéaires en régime continu ou en régime transitoire. le cas du régime sinusoïdal forcé sera traité en deuxième période.
L'approche théorique sera largement complétée par les TP et TP-cours.

Les notions qui seront traitées en première partie ont été abordées en classe de première (circuits électriques, aspects énergétiques) ainsi qu'en terminale (évolution temporelles : réponse d'un circuit RC ou RL à un échelon de tension, aspect énergétique, circuit RLC série en oscillations libres, transfert énergétique).

1.1 Intensité d'un courant électrique :

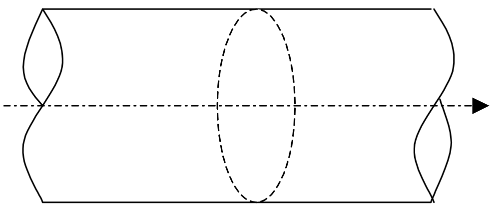
Nous envisageons ici le cas du courant électrique dans un conducteur. Qu'est-ce que le courant électrique ? Dans un conducteur en équilibre électrique, non parcouru par un courant, les porteurs de charge (électrons libres dans un métal, ions en solution dans un électrolyte, …) sont animés de mouvements aléatoires chaotiques, de très grandes vitesses, dépendant de la température qui règne dans le conducteur. On parle d'agitation thermique.

Le module moyen v des vitesses des électrons libres d'un métal est par exemple de l'ordre de : $v \approx \sqrt{\dfrac{8kT}{\pi m}}$ où T est la température absolue (en Kelvin), k la constante de Boltzmann et m la masse d'un électron.

Pour T = 298 K, avec k = $1{,}38.10^{-23}$ $J.K^{-1}$ et m = $9{,}10.10^{-31}$ kg, on obtient : $v \approx \sqrt{\dfrac{8kT}{\pi m}} \approx 10^5 m/s$

Sous l'action d'une tension électrique appliquée aux extrémités du conducteur (ou différence de potentiel, d.d.p.) ces charges vont acquérir un ***mouvement d'ensemble*** : on aura transport de charge. C'est ce mouvement d'ensemble qui correspond au courant électrique.

Du fait des phénomènes résistifs, la vitesse d'ensemble des porteurs de charge va, de façon quasi immédiate (la durée caractéristique est de l'ordre de 10^{-14} s) atteindre une valeur limite de vitesse v, relativement faible. Cette vitesse v traduit un mouvement d'ensemble qui se superpose au mouvement d'agitation thermique.



L'intensité I représente le débit de charge à travers une section S donnée d'un conducteur.

Par définition : I =

où δQ est la charge traversant la section S durant une durée dt

Notons : q charge d'un porteur n densité volumique de porteurs (en m^{-3})
v vitesse d'ensemble des porteurs (en module) S section du conducteur

Les charges traversant la section S pendant dt se trouvent

on en déduit: δQ =

On tire finalement : I =

Application Numérique :
Evaluons un ordre de grandeur de v. Soit le cas d'un fil de cuivre, de section 1 mm², parcouru par u courant d'intensité I = 1 A. On donne la densité volumique des électrons libre dans le cuivre : n = $8{,}4 .10^{28}$ m^{-3}, et la charge d'un électron : q = -e = $-1{,}6.10^{-19}$ C.

De v = on tire numériquement : v = $7{,}5.10^{-5}$ m/s ≈ 0,1 mm/s

On constate que l'ordre de grandeur de v (vitesse d'ensemble) n'a rien à voir avec la vitesse moyenne de chaque porteur liée à l'agitation thermique !

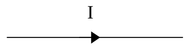
Quelques ordres de grandeurs d'intensité :

- 10^{-12} A : courant d'entrée dans un Ampli Opérationnel (composant électronique),
- quelques milliampères à quelques dizaines de milliampères dans les circuits électroniques que nous réaliserons en TP,
- quelques ampères à quelques dizaines d' ampères pour les intensités en usage domestique,
- 10^5 A en électrolyse industrielle.

1.2 Orientation d'un conducteur. Définition algébrique de l'intensité :

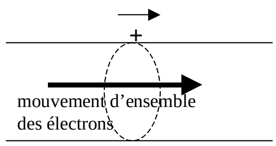
Le courant électrique est donc un phénomène de transport de charge, dû à un mouvement d'ensemble de porteurs de charge. Le sens effectif du courant est le sens de déplacement de charges positives qui produiraient ce courant. C'est donc le sens inverse de déplacement des électrons libres qui produisent le courant dans un conducteur métallique.

La prise en compte du sens de déplacement des charges se fera en choisissant arbitrairement une orientation de la branche de conducteur. Ceci est signalé sur les schémas électrique comme ci-contre

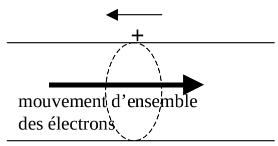


La valeur de l'intensité I traversant cette branche est alors ***algébrique*** :
I > 0 : courant électrique équivalent à un mouvement de charges positives se déplaçant dans le sens d'orientation du conducteur.
I < 0 : courant électrique équivalent à un mouvement de charges positives se déplaçant dans le sens inverse au sens d'orientation du conducteur.

Le signe de l'intensité algébrique I dépend donc de l'orientation que l'on aura arbitrairement choisi pour étudier la situation d'un conducteur donné.



I 0

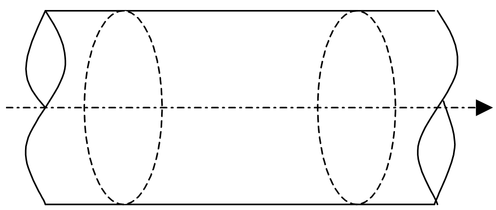


I 0

1.3 Intensité conservative en régime stationnaire :

Le ***régime stationnaire*** ou ***régime permanent*** est un régime où toutes les grandeurs électriques restent indépendantes du temps. Ceci amène notamment à ce que la charge contenue dans une portion de circuit reste invariante. De même, l'intensité à travers une section donnée d'un conducteur sera invariante dans le temps.

Nous allons montrer que dans ces conditions, l'intensité aura même valeur à travers toute section d'un conducteur.
Le morceau de conducteur est délimité par une surface fermée Σ_f correspondant à la surface périphérique du conducteur fermée par deux couvercles (sections S_e en entrée S_s en sortie).
On note i_e et i_s les intensités au niveau de ces sections.
Faisons le bilan entre deux instants t et t + dt de la charge intérieure Q_{int} : à t , $Q_{int} = Q_{int}(t)$.



A t + dt , $Q_{int}(t + dt) =$

Donc $Q_{int}(t+dt) =$

La loi de conservation des charges et l'invariance temporelle de Q_{int} amène : $Q_{int}(t + dt) = Q_{int}(t)$
Donc :

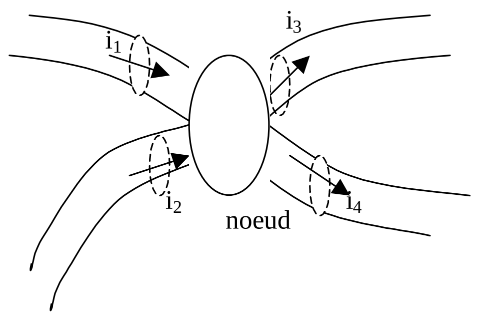
Conclusion : L'intensité d'un courant en régime stationnaire se conserve à travers toute section d'un conducteur. Elle est dite conservative. Ceci revient à dire que l'on aura même intensité tout au long d'une partie non bifurquée d'un circuit (branche).

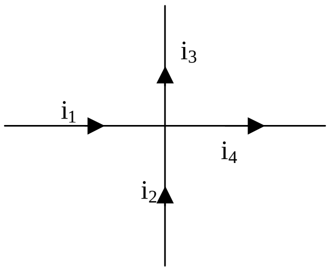
1.4 Loi des noeuds en régime stationnaire :

L'intensité aura même valeur tout au long d'une portion non bifurquée d'un circuit. Cette affirmation sera valable pour toute branche portant un (ou des) dipôles.
Un ***dipôle*** est un composant lié par deux bornes au reste du circuit.

L'intensité entrant et l'intensité sortant d'un dipôle auront donc même valeur : $i_e = i_s$; comme on l'a vu plus haut, cette propriété est due à la loi de conservation de la charge.

L'absence d'accumulation de charges dans les conducteurs ou aux nœuds du réseau électrique (bifurcation, intersection entre branches) justifie la ***loi des nœuds*** :





Bilan de charge sur une durée dt pour le nœud : $\delta Q_e - \delta Q_s =$

donc : $i_1 + i_2 - i_3 - i_4 = 0$ soit de façon générale : $\sum_k \varepsilon_k i_k = 0$ avec $\varepsilon_k = +1$ ou -1

loi des noeuds : la somme algébrique des intensités des courants arrivant ou partant en un nœud est nulle.

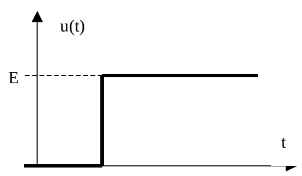
1.5 L'approximation des régimes quasi stationnaires (ou quasi permanents) (A.R.Q.S. ou A.R.Q.P.)

Dans l'ARQS, on va supposer que la durée de propagation Δt du signal dans le circuit est négligeable devant la durée caractéristique de fonctionnement du circuit. Si l'ARQS est valide, l'intensité aura même valeur tout au long d'une portion non bifurquée d'un circuit. Corrélativement, l'intensité aura même valeur à l'entrée et à la sortie d'un dipôle. Dans ces conditions, les lois de l'électrocinétiques en régime permanent seront encore valables en régime variable.

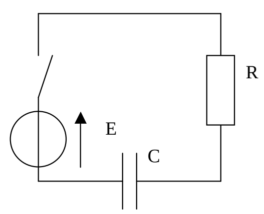
Considérons le cas d'un régime variable. Le signal électrique (grandeur électrique variant dans le temps), par exemple « état de l'intensité dans le circuit à l'instant t et en l'abscisse x du conducteur » va se propager selon une onde progressive de célérité v.
Dans les circuits métalliques, la vitesse de propagation de l'information électrique est de l'ordre de la vitesse de la lumière dans le vide ($c = 3.10^8$ m/s).
Nous allons déterminer une condition simple pour la validation de l'ARQS.

(1) cas d'un signal non périodique :

exemple de la réponse en régime transitoire d'un circuit RC à un échelon de tension.



est appliqué selon le schéma :



Dans l'ARQS, la durée de propagation Δt sur la longueur L du circuit doit être très inférieure à à la constante de temps du circuit. Ici cette constante est $\tau = R.C$.

D'arpès la définition de la vitesse de propagation v :$\Delta t = L / v$.
L'ARQS est validée si $\Delta t \ll \tau$ soit, en termes de longueurs, pour :

A.N. : pour R = 1000 Ω ; C = 1,0 nF ; $v = 3{,}0.10^8$ m/s il vient : $L \ll 300$ m.

(2) cas d'un signal périodique :

La durée caractéristique des évolutions de l'état électrique du circuit est alors la **période** T du signal électrique.
La condition de validité de l'ARQS s'écrit alors : $\Delta t \ll T$
soit en termes de longueur :

L'onde électrique qui se propage dans le circuit est aussi caractérisée par sa longueur d'onde λ, et l'on connaît la relation : $\lambda = v.T$

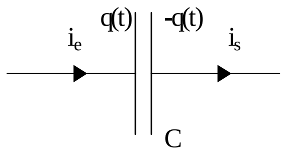
La condition temporelle $\Delta t << T$ équivaut donc à la condition dimensionnelle $L << \lambda$ portant sur la taille du circuit.
λ représentant la période spatiale de l'onde électrique, la condition $L << \lambda$ entraîne que l'intensité aura alors même valeur tout au long d'une portion non bifurquée d'un circuit.

A.N. : pour f = 50 Hz (réseau EdF) : $\lambda = c / f = 6000$ km ; $L << \lambda$ est aisément réalisée !
pour f = 1000 Hz (fréquence usuellement utilisée en TP) : $\lambda = c / f = 300$ km ;
pour f = 100 kHz = 10^5 Hz (fréquence maximale utilisée en TP) : $\lambda = c / f = 3$ km ;

l'ARQS sera donc valide dans toutes les situations que nous étudierons.

Conclusions :
Dans l'ARQS, à un instant t donné l'intensité aura même valeur tout au long d'une portion non bifurquée d'un circuit portant un (ou des) dipôles. L'intensité entrant et l'intensité sortant d'un dipôle aura donc même valeur : $i_e(t) = i_s(t)$ à tout instant t.

L'argumentation basée sur la conservation de la charge peut paraître paradoxale concernant le cas d'un condensateur, puisque cet élément est susceptible de se charger.
Nous reviendrons sur ces notions, mais signalons que les deux électrodes d'un condensateur portent des charges opposées :



$i_e(t) = \dfrac{dq}{dt}$ et $i_s(t) =$

La ***loi des nœuds*** restera valable en régime variable dans l'ARQS.

1.6 Tension ou différence de potentiel (d.d.p). Loi des mailles :

La notion de différence de potentiel sera établie plus rigoureusement lorsque nous étudierons l'électromagnétisme.

Risquons une analogie, en gardant conscience de ses limites. Un cours d'eau s 'écoule par gravitation ; c'est l'existence d'une dénivellation, d'une diminution de l'altitude z, qui permet à une masse m de fluide de s'écouler. En fait, on relie ce phénomène à une diminution de l'énergie potentielle de pesanteur Ep = mgz + cste dans l'écoulement. Une part de l'énergie potentielle perdue se transforme en énergie cinétique (mouvement), l'autre se dissipe du fait des frottements.

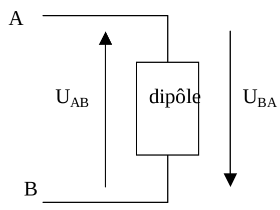
En électricité, l'énergie potentielle d'une charge q, placée dans un environnement électrique donné, est proportionnelle à q selon :

$$Ep = q.V + ctse$$

où V est le potentiel électrique existant en la position de la charge. (V est défini à une constante près).

De façon analogue à un écoulement gravitaire, une charge q va évoluer spontanément dans le sens d'une diminution de son énergie potentielle.
Pour q > 0, cela se traduit par un mouvement dans le sens d'une diminution de son potentiel V.

La différence de potentiel apparaît comme le « moteur » du courant électrique.



On nomme tension ou d.d.p. la différence de potentiel existant entre deux points d'un circuits.
La représentation conventionnelle se fait par une flèche qui oriente la définition de la tension.

$$U_{AB} = V_A - V_B$$

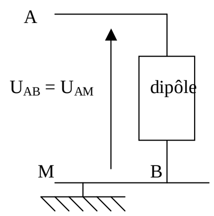
La tension U_{AB} est désignée par une flèche qui se lit de la pointe à la base.
Ainsi, pour une tension positive, la flèche pointe vers le point de potentiel le plus élevé.

La tension U_{AB} est algébrique ; si $U_{AB} < 0$, c'est que $V_A < V_B$.

Attention à l'orientation : $U_{BA} =$

Le potentiel électrique V étant défini à une constante près, seule la d.d.p. (différence de potentiel) a une valeur numérique ayant une signification physique.

A moins que l'on ne décide conventionnellement d'une valeur de potentiel en un point d'un circuit : il est usuel de définir une masse dans un circuit, faisant référence de potentiel, dont on fixe arbitrairement la valeur de potentiel à 0 V.
(Au même titre, on peut décider conventionnellement d'une altitude 0…).



$U_{AB} = V_A – V_B$ avec $V_B = V_M$.

En fixant conventionnellement : $V_M = 0$ il vient : $U_{AB} = V_A$.

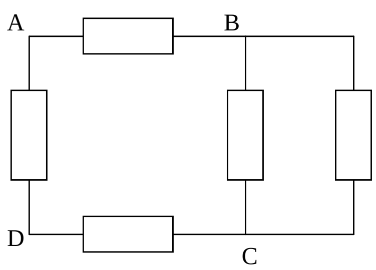
Loi des mailles :

Une maille est un ensemble de branches successives définissant un circuit fermé dans un réseau électrique, qui ne passe qu'une seule fois par les nœuds rencontrés.

L'électromagnétisme établit l'additivité des tensions algébriques le long d'une maille :

loi des mailles : la somme algébrique des tensions décomptée en parcourant une maille est nulle (1).

Corollaire : la somme algébrique des tensions décomptées d'un nœud d'un réseau à un autre est indépendante du chemin suivi (2).



Justification :

Sur la maille ABCDA :
$U_{AB} + U_{BC} + U_{CD} + U_{DA} = V_A – V_B + V_B – V_C + V_C – V_D + V_D – V_A = 0$

Par le chemin BAD : $U_{BA} + U_{AD} = V_B – V_A + V_A – V_D = U_{BD}$

mais aussi par le chemin BCD : $U_{BD} = U_{BC} + U_{CD} = V_B – V_C + V_C – V_D$

Nous illustrerons ces énoncés sur des exemples. On sera particulièrement attentif à l'orientation des tensions.

Propriétés importantes :

- La permutation des dipôles au sein d'une même branche ne modifie pas le réseau : la branche sera parcourue par la même intensité, l'additivité des tensions amène une même tension pour l'ensemble de la branche.

- les fils de liaison sont en général de résistance négligeable par rapport aux autres dipôles. Deux points liés par un fil seront donc au même potentiel. Ils pourront être confondus en un même point sur un schéma électrique.

- Pour la même raison,deux points se trouvant au même potentiel peuvent être reliés par un fil sans modifier le comportement du circuit.

Ces trois propriétés permettent de réaménager les schémas électriques pour plus de lisibilité.(voir exemples).

Conclusion :

l'ensemble loi des nœuds et loi des mailles constitue les ***lois de Kirchoff***.
Ces lois permettent la mise en équation des circuits électriques.

Tout circuit électrique constitué de B branches et de N nœuds sera décrit par un système d'équations comportant N-1 équations de nœud et B-N+1 équations de branches.

L'ensemble présente B inconnues (les courants dans les différentes branches), reliées aux tensions par les lois décrivant le comportement des différent dipôles du circuit.

La résolution de ce système de (N-1) + (B – N +1) = B équations à B inconnues est mathématiquement possible. Néanmoins, au delà des cas simples avec peu de branches, l'emploi de méthodes plus évoluées permettra de réduire la technicité mathématique, au profit de modélisations physiques.