

MAGNETOSTATIQUE

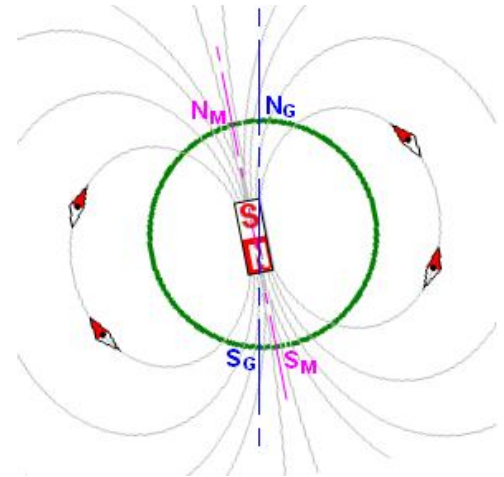
I Approches expérimentales du magnétisme :

I-1 Action entre aimants :

Historiquement, l'observation des phénomènes magnétiques remonte à l'antiquité où l'on a constaté l'interaction d'aimants entre eux.

L'utilisation de la boussole, fondée sur l'interaction d'un petit aimant avec le champ magnétique terrestre, remonte à l'an mille en Chine ; son entrée en Europe ayant eu lieu au début du 16^{ème} siècle. (le mot boussole date de 1527).

Le comportement d'une boussole consiste en un alignement de l'aimant dans la direction et le sens du champ magnétique terrestre, chacun des pôles de l'aimant s'orientant respectivement vers le Nord ou le Sud, ce qui détermine leur nom. (voir figure ci-contre).

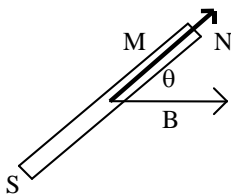


Le champ magnétostatique \vec{B} , est une grandeur vectorielle qui détermine en chaque point de l'espace la direction et l'intensité des actions magnétiques exercées par une distribution d'aimants ou de courants permanents.

Une étude plus complète permet d'établir l'expression du couple exercé par un champ magnétique sur un aimant :

$$\vec{\Gamma} = \vec{M} \wedge \vec{B}$$

Ce couple est égal au produit vectoriel du moment magnétique de l'aimant par la valeur du champ régnant dans la région de l'aimant. Ce moment magnétique est une grandeur caractéristique de l'aimant.



En introduisant l'angle θ entre les deux vecteurs : $\vec{\Gamma} = (MB \sin \theta) \vec{k}$

On remarquera que l'équilibre, défini par l'annulation du couple, est atteint lorsque le moment magnétique et le champ magnétique sont colinéaires soit pour : $\theta = 0$ modulo π .

La position $\theta = 0$ correspond à une **position d'équilibre stable**, tandis que la valeur $\theta = \pi$ conduit à un **équilibre instable** : l'aiguille d'une boussole placée dans un champ magnétique va s'orienter dans la direction du champ magnétique.

Une méthode expérimentale pour observer les champ magnétostatique consiste à disposer un certains nombre de petites boussoles dans la région voulue. Les aiguilles vont alors s'orienter selon les lignes de champ.

On visualisera aussi les lignes de champ en saupoudrant de la limaille de fer sur un plan plongé dans le champ magnétique. Chaque grain de limaille va s'aimanter sous l'action du champ. De par l'interaction entre grains, la limaille aura tendance à s'agglutiner selon des tracés correspondant aux lignes de champ.(spectre magnétique, voir TP).

Signalons pour finir que l'expression du couple apparaît analogue à celle du couple exercé sur un dipôle électrique p par un champ électrique E :

$$\vec{\Gamma} = \vec{p} \wedge \vec{E}$$

Ceci n'est pas anodin ; nous y reviendrons dans la suite du cours. (voir chapitre « dipôles magnétiques »).

I-2 Action d'un courant sur un aimant :

En 1820, le Suédois Oersted observe par hasard que le courant passant dans un fil électrique dévie une boussole placée à proximité. Jusqu'alors, les phénomènes magnétiques observés à propos des aimants semblaient totalement disjoints des phénomènes électriques.

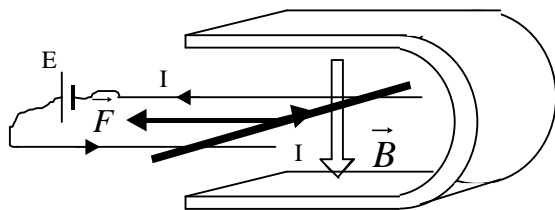
Les Français Ampère, Laplace, Biot et Savart approfondissent l'étude et établissent notamment l'expression du champ magnétique créé par un fil parcouru par un courant d'intensité I :

$$\vec{B} = \frac{kI}{r} \vec{u}_\theta = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \vec{u}_\theta$$

Remarquons que cette approche reste complètement empirique. La valeur μ_0 apparaîtra ultérieurement. Elle correspond à la perméabilité magnétique du vide. C'est une constante physique : $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ H.m}^{-1}$. (Henry par mètre)

Biot et Savart établiront une loi permettant de calculer par intégration, la valeur du champ magnétique créé par une distribution quelconque de courants permanents. (voir chapitre II-2). La loi de Biot et Savart est pour les champs magnétostatiques l'analogie de la loi de Coulomb pour les champs électrostatiques.

I-3 Action d'un aimant sur un tronçon de circuit, action entre deux tronçons :



L'expérience de Laplace, décrite par le schéma ci-contre, met en évidence l'action d'un champ magnétique B (créé par un aimant en U) sur un tronçon de conducteur parcouru par un courant d'intensité I .

Le circuit est constitué de deux rails alimentés par un générateur de tension de f.é.m. E , fermé par un cylindre pouvant rouler sur ces rails.

L'action du champ magnétique se traduit par une force \vec{F} dirigée orthogonalement au champ magnétique et au tronçon de conducteur, de norme proportionnelle à I , B et à la longueur du conducteur.

Laplace dégage à partir de diverses situations expérimentales la Loi de Laplace :

$$\boxed{d\vec{F} = I d\vec{l} \wedge \vec{B}}$$

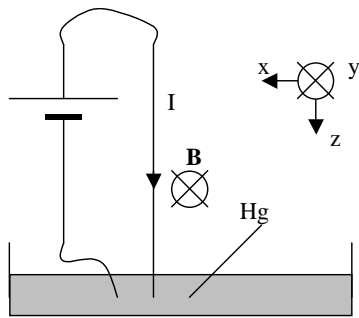
Cette loi décrit l'action magnétique subie par une portion quelconque d'un conducteur filiforme, de longueur dl , parcouru par un courant d'intensité I , plongé dans un champ magnétique \vec{B} . Son intégration permet donc d'obtenir l'action subie par l'ensemble du conducteur du fait de la présence du champ magnétique.

La quantité $I d\vec{l}$, nommée **élément de courant**, représente le tronçon de conducteur. C'est l'objet élémentaire intervenant dans les expressions de la magnétostatique (au même titre que la charge élémentaire dq dans les expressions de l'électrostatique).

Un fil électrique placé dans un champ magnétostatique uniforme va subir une action mécanique qu'il est assez facile de calculer à partir de l'expression précédente :

la partie verticale du fil, de longueur L , dont l'extrémité inférieure plonge dans une cuve de mercure pour assurer la fermeture du circuit, est mobile autour du point respectif O (on peut aussi remplacer le contact au mercure par un fil suffisamment souple).

Sur chaque tronçon du fil, correspondant à un vecteur $\vec{dl} = dz\vec{e}_z$ s'exerce une force de Laplace élémentaire :



$$\vec{dF} = Idz\vec{e}_z \wedge B\vec{e}_y = \dots\dots\dots ;$$

le moment en O de cette force vaut alors :

$$\vec{dM}_o = \vec{OM} \wedge \vec{dF} = \dots\dots\dots$$

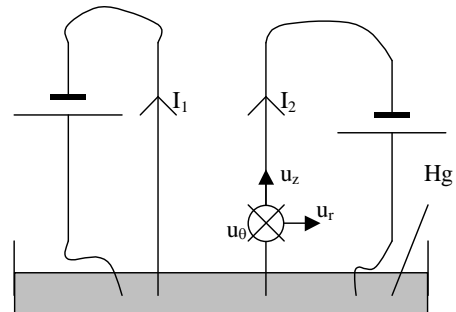
L'intégration entre $z = 0$ et $z = L$, conduit à un moment résultant :

Une autre expérience classique consiste à placer en interaction deux fils parcourus par un courant : la partie verticale des fils est mobile autour des points respectifs O_1 et O_2 .

Le sens des interactions dépend des orientations respectives des courants I_1 et I_2 .

On pourra tracer sur le schéma ci-contre les champs magnétiques \vec{B}_1 et \vec{B}_2 produits par chacun des fils, et les forces d'interactions correspondantes.

On considère l'instant initial, où les deux fils rigides sont verticaux.



Le calcul des interactions existant entre les deux fils, de longueur L et distants de a, conduit à un moment des forces de Laplace exercées par le premier fil sur le second, par rapport au point O_2 , d'expression :

$$\vec{M}_{O_2} = \frac{kI_1I_2L^2}{2a} \vec{u}_\theta \quad \text{où } k = \mu_0 / 2\pi.$$

I-4 Action d'un champ magnétique uniforme sur une bobine :

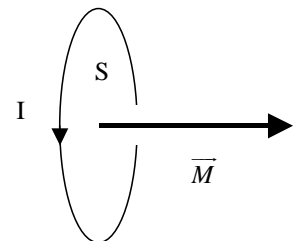
Examinons d'abord l'action d'un champ magnétique uniforme sur une spire :

La loi de force de Laplace nous apprend que sur chaque tronçon dl de la spire, parcourue par un courant d'intensité I s'exerce : $\vec{dF} = Id\vec{l} \wedge \vec{B}$

La sommation de ces contributions sur toute la spire conduit à une résultante des forces nulle :

$$\oint_{spire} \vec{dF} = \oint_{spire} Id\vec{l} \wedge \vec{B} = I \left(\oint_{spire} d\vec{l} \right) \wedge \vec{B} = \vec{0}$$

Il est possible d'établir de façon générale qu'une spire plane de section S, parcourue par un courant d'intensité I plongée dans un champ magnétique uniforme subit du fait des actions de Laplace un couple résultant de moment :



$$\vec{\Gamma} = \vec{M} \wedge \vec{B}$$

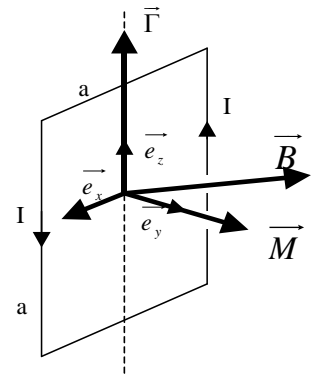
où le **moment magnétique** $\vec{M} = I\vec{S}$ caractérise la spire. Ce vecteur est orthogonal au plan de la spire, il est orienté dans le sens direct, relativement à l'orientation de la spire, qui fixe l'alébrisation de l'intensité I.

Ce résultat est relativement aisé à établir pour une spire carrée. Détaillons les forces de Laplace exercées sur les différents côtés de la spire.

Les contributions des côtés horizontaux au moment résultant se compensent ; tandis que celles des côtés verticaux s'additionnent pour donner finalement :

$$\vec{\Gamma} = \frac{a}{2} \vec{e}_x \wedge (-Ia\vec{e}_z \wedge \vec{B}) - \frac{a}{2} \vec{e}_x \wedge (Ia\vec{e}_z \wedge \vec{B}) = \dots = Ia^2 \vec{e}_y \wedge \vec{B}$$

soit donc $\vec{\Gamma} = \vec{M} \wedge \vec{B}$ avec ici $\vec{M} = Ia^2 \vec{e}_y$



Une bobine correspond à une accumulation de spires de même section S, parcourues par un courant d'intensité I. Elle permet, par additivité des champs magnétiques produits par chaque spire, d'obtenir des champs plus intenses.

Mais une bobine peut aussi subir l'action d'un champ magnétique externe (par exemple le champ magnétique terrestre, le champ créé par un aimant ou par une autre bobine...).

La bobine sera caractérisée par son **moment magnétique** $\vec{M} = N.I.S$ où N est le nombre de spires.

Soumise à l'action d'un champ magnétique \vec{B} , elle réagit en alignant son moment magnétique \vec{M} sur \vec{B} .

On nomme face Nord (respectivement face Sud) d'une bobine la face qu'elle présentera en direction du Nord (resp. Sud) magnétique terrestre. Chaque face apparaît donc analogue au pôle d'un aimant.

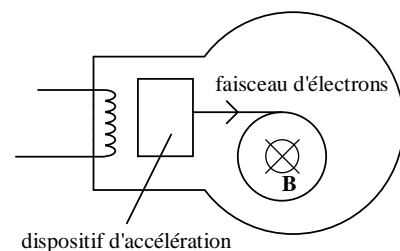
Un moyen mnémotechnique : on observe la face à déterminer. La comparaison du sens de parcours du courant à la figure correspondant aux lettres « S » et « N » dont les extrémités sont prolongées par des flèches donne le nom de la face.

I-5 Action d'un champ magnétique sur une particule chargée en mouvement :

L'expérience classique consiste en la déviation d'un faisceau d'électrons dans une ampoule à vide par un champ magnétique produit par des bobines de Helmholtz. Le champ est quasi-uniforme entre les bobines. (voir expérience présentée en salle de TP).

La trajectoire observée dépend de la vitesse d'entrée des électrons dans le champ :

- si elle est orthogonale au champ magnétique, la trajectoire sera circulaire ;
- si au contraire la vitesse initiale comporte une composante colinéaire au champ magnétique, la trajectoire est alors une hélice d'axe colinéaire au champ.



Le rayon de l'hélice ou de la trajectoire circulaire est proportionnel à la vitesse d'entrée des électrons (du moins de sa composante orthogonale au champ) et inversement proportionnelle à la norme du champ magnétique, B.

Ces résultats s'interprètent à partir de l'action de la force magnétique d'expression : $\vec{F} = q\vec{v} \wedge \vec{B}$

Cette force produit une déviation du faisceau en accord avec les résultats expérimentaux.

Remarquons que cette force étant orthogonale à la vitesse des particules, le travail de cette force est nul : l'interaction magnétique ne modifie pas l'énergie des particules.

$$\delta W = \vec{F} \cdot d\vec{l} = q(\vec{v} \wedge \vec{B}) \cdot \vec{v} dt = 0$$

L'étude du mouvement des particules chargées dans les champs électrostatiques ou magnétostatiques a fait (ou fera) l'objet d'un chapitre complet. Ce chapitre a été (ou sera) notamment l'occasion de donner une justification théorique de la loi de Laplace décrivant l'action d'un champ magnétique sur un conducteur.

I-6 Définition du champ magnétique caractère axial :

La **loi de force de Lorentz** exprime de façon fondamentale la force d'interaction exercée par le champ électromagnétique $C(\vec{E}, \vec{B})$ sur une particule de charge q se déplaçant à vitesse \vec{v} dans le référentiel d'étude :

$$\vec{F} = q(\vec{E} + \vec{v} \wedge \vec{B})$$

La définition de \vec{v} dépend du référentiel, de part le principe de relativité, tandis que la force ne doit pas être modifiée dans un changement de référentiel galiléen. La répartition de $C(\vec{E}, \vec{B})$ en ses composantes électrique et magnétique dépend donc du référentiel.

Remarque : la prise en compte de ces notions a amené la théorie de la relativité restreinte, remettant en cause la relativité galiléenne dans le cas des grandes vitesses.

Dans le cas du **régime permanent**, auquel nous nous restreindrons, les champs électrique et magnétique, indépendants du temps, dits **électrostatique** et **magnétostatique**, seront distincts et indépendants entre eux.

La force de Lorentz va alors se scinder en deux forces distinctes :

- la **force électrostatique** $\vec{F}_e = q\vec{E}$, traduisant l'action sur la charge q d'une distribution de charges fixes ;

- la **force magnétostatique** $\vec{F}_m = q\vec{v} \wedge \vec{B}$, traduisant l'action sur la charge q de vitesse \vec{v} d'une distribution de courants d'intensités invariantes ;

Cette dernière expression définit \vec{B} . \vec{B} est un champ de vecteur, dont les valeurs $\vec{B}(M)$ sont telles qu'une particule passant en M à la vitesse \vec{v} et portant une charge q subit la force $\vec{F}_m = q\vec{v} \wedge \vec{B}$.

Cette définition fait intervenir un produit vectoriel : le sens de \vec{B} dépend donc de la convention d'orientation de l'espace (définissant les règles de calcul du produit vectoriel).

\vec{F}_m a une réalité physique, et donc un sens bien déterminé, alors que \vec{B} , du moins son sens, n'a pas de signification intrinsèque.

\vec{B} est un **pseudo-vecteur** ou **vecteur axial**.

A l'inverse, le champ électrique \vec{E} est un vecteur « vrai », dit **vecteur polaire** : son sens est directement relié à celui de la force électrique $\vec{F}_e = q\vec{E}$ et n'est donc pas conventionnel.

Nous examinerons ultérieurement les propriétés géométriques existant pour \vec{E} et \vec{B} , en rapport avec leur caractère respectivement polaire et axial.