

Mouvement de particules chargées dans des champs électriques ou magnétiques uniformes et indépendants du temps.

Nous avons montré dans les chapitres précédents :

- qu'une particule chargée soumise à un champ électrostatique est soumise à une accélération $\vec{a} = \frac{q}{m} \vec{E}$, ce qui permet notamment d'augmenter sa vitesse ;
- qu'une particule de vitesse \vec{v} dans le référentiel d'étude est soumise à une force magnétique $\vec{F} = q(\vec{v} \wedge \vec{B})$ en présence d'un champ magnétostatique \vec{B} ; cette force, orthogonale au mouvement, ne modifie pas la vitesse de la particule en module. Elle amène une trajectoire circulaire ou hélicoïdale, selon les conditions d'entrée de la particule dans le champ.

Remarque : dans le cas d'un champ magnétique non uniforme, l'allure de la trajectoire restera hélicoïdale (la trajectoire s'enroule autour des lignes de champ), sous réserve que les variations spatiales du champ ne soient pas trop rapides.

4.4 Applications :

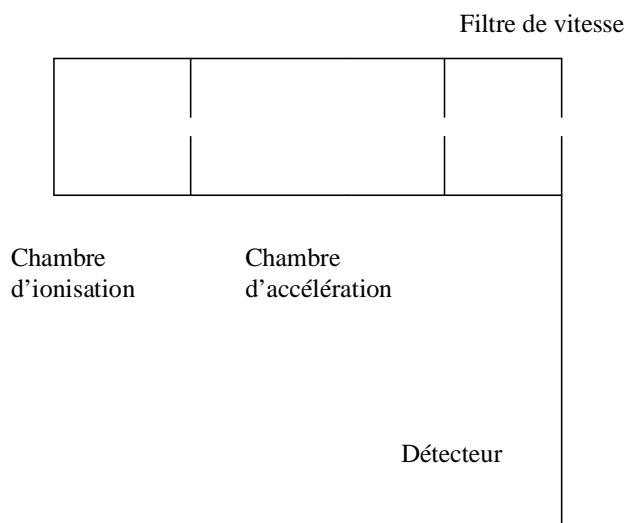
Restreintes en général au cas d'un mouvement plan, obtenu lorsque la vitesse d'entrée dans le champ magnétique est orthogonale aux lignes de champ.

Par la RFD, on a montré que la trajectoire est alors circulaire, de rayon : $R = mv/|q|B$

a) R dépend de la masse m :

Certains spectrographes de masse utilisent cette propriété.

Schéma de principe (à compléter) :



Le faisceau homocinétique est obtenu grâce au filtre de vitesse. Seules les particules ayant une vitesse précise pourront passer par la fente du filtre. Il faut en effet que les forces électrique $q\vec{E}$ et magnétique $q\vec{v} \wedge \vec{B}$ se compensent pour que la particule passe par la fente de sortie, ce qui n'est obtenu que pour une vitesse particulière.

b) R dépend de la vitesse v :

Le cyclotron est un accélérateur de particule, dont le principe est fondé sur cette propriété. Cet appareil a été conçu par Lawrence, en 1931, à l'université de Berkeley (Californie). Il était destiné à l'accélération d'ions lourds.

Des ions sont produits au niveau d'une source S, entre les deux électrodes métalliques creuses, en forme de D (dees). On peut penser à la forme de l'enveloppe en cire de certains fromages (type « Babil »).

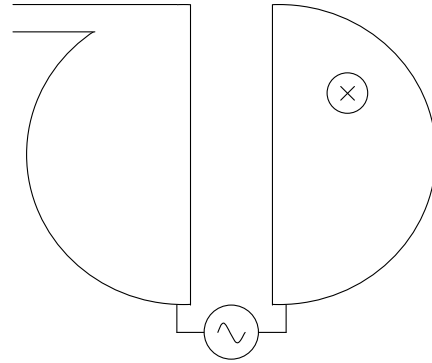
Ces électrodes ont été placées entre les pôles d'un fort électro-aimant, créant un champ magnétique uniforme orthogonal au plan moyen du système.

Une tension alternative est appliquée entre les électrodes. Le rôle du champ électrique qui est ainsi créé entre les électrodes est d'accélérer les particules à chaque traversée de l'espace entre les électrodes.

A l'intérieur des électrodes, les particules n'étant soumises qu'au champ magnétique, leur trajectoire est circulaire de rayon évoluant avec la vitesse V .

La période du mouvement circulaire suivi dans les électrodes est $T = 2\pi/\omega_c$ avec $\omega_c = |q|B/m$

Il faut synchroniser les variations du champ électrique afin que les ions soient accélérés à chaque passage entre les électrodes (et dans le bon sens, ce qui suppose une inversion du champ électrique à chaque demi-période). Ceci impose que la tension alternative appliquée aux électrodes ait une pulsation de même valeur $\omega = \omega_c$



5. Conductibilité dans les milieux ohmiques :

Ces milieux sont ceux où la loi d'Ohm est vérifiée. Ce sera en particulier le cas pour les métaux. Les métaux sont des conducteurs, au sens où ils conduisent le courant électrique.

On peut visualiser un métal comme un empilement ordonné de cations métalliques (structure cristalline), baignant dans un gaz d'électrons libres, portant chacun la charge $q = -e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$. On compte environ 1 électron libre par atome métallique, soit pour le cuivre par exemple, une densité de porteurs de charge libres de $8,5 \cdot 10^{28} \text{ m}^{-3}$. Ces électrons libres, comme leur nom l'indique, sont libres de se déplacer dans tout le volume du métal, ils ne sont pas liés à un atome en particulier.

D'autres milieux peuvent conduire le courant électrique :

- Dans un électrolyte, le courant électrique correspondra à un mouvement des ions (anions et cations) en solution, voir au transfert de charge entre ions et molécules. La mobilité et la quantité de charge transportée varie d'un ion à l'autre. La conductivité de la solution sera déterminée par la nature et la concentration des différents ions (voir cours de chimie : conductimétrie).
- Dans certains semi-conducteurs, les porteurs de charges sont constitués de défauts de la structure du substrat (silicium, germanium...) obtenus par un dopage, c'est à dire l'ajout d'une quantité maîtrisée d'un autre élément (bore, ...). Si ce défaut correspond à une lacune électronique (cas des semi-conducteurs de type P), on parle de « trou positif ». C'est alors cette lacune qui se déplace dans la structure, ce qui peut être modélisé comme le déplacement d'une particule chargée positivement fictive. Le défaut peut au contraire être obtenu par un dopage amenant des porteurs de charge négatifs (semi-conducteurs de type N).

5-1. Description qualitative, loi d'Ohm locale.

5-11. Apparition d'un courant électrique :
(La présentation est faite sur le cas des métaux).

Quand le métal n'est soumis à aucun champ électrique, les électrons sont soumis à un mouvement désordonné, traduisant l'agitation thermique du milieu. Chacun d'eux a une vitesse qui est en moyenne assez importante.

La formule $u = \sqrt{\frac{3k_B T}{m}}$ donne une vitesse quadratique de l'ordre de 10^5 m/s ,

pour $m = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$, $T = 298 \text{ K}$ et $k_B = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ J.K}^{-1}$.

Mais la répartition des vitesses est statistique. Elle est isotrope, de sorte que la vitesse d'ensemble, c'est à dire la vitesse résultant d'une moyenne faite pour les porteurs de charge présent dans une portion mésoscopique du conducteur est nulle.

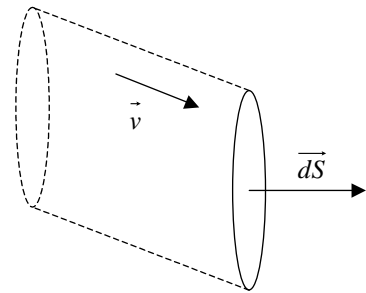
Sous l'action d'un champ électrique (c'est à dire quand on impose une tension électrique à la portion de conducteur considéré), les porteurs de charges vont subir notamment une force électrique $\vec{F} = -e\vec{E}$ qui va créer un mouvement d'ensemble des électrons libres dans le sens opposé à celui du champ, puisque leur charge $-e$ est négative. Ce mouvement de charges correspond au phénomène de courant électrique.

5-12 Densité volumique de courant, intensité :

Il faut créer un outil de description mathématique des courants, répartis en volume dans le matériau conducteur.

Soit un élément de surface, représenté par le vecteur élémentaire \vec{dS} .

On note \vec{v} la vitesse d'ensemble des porteurs de charge libre dans une zone mésoscopique donnée.



Les charges traversant l'élément de surface pendant une durée dt correspondent à celles situées dans

.....

Le volume de cette région vaut :

En introduisant la densité particulière n des porteurs de charge, on exprime la quantité de charge δ^2Q traversant l'élément de surface pendant dt :

$$\delta^2Q = \dots\dots\dots$$

L'intensité du courant traversant l'élément de surface est par définition : $dI = \dots\dots\dots$

On peut donc identifier l'expression de dI à la forme : $dI = \vec{j} \cdot \vec{dS}$ avec : $\vec{j} = \dots\dots\dots$

\vec{j} est par définition la densité volumique de courant dans le conducteur, au point considéré.

En notant $\rho_m = n \cdot q = -n \cdot e$ la densité volumique de charge mobile, $\vec{j} = \dots\dots\dots$

L'intensité traversant une section S d'une portion macroscopique du conducteur s'obtient par intégration :

.....

On établit donc par la relation : une relation directe entre l'existence d'un courant électrique et le fait que les charges mobiles soient en déplacement d'ensemble.

5-13. Existence d'une vitesse limite. Loi d'Ohm locale :

Sous l'effet du champ électrique, les porteurs sont donc accélérés. S'ils étaient entièrement libres, leur vitesse d'ensemble augmenterait indéfiniment.

La densité de courant $\vec{j} = \dots\dots\dots$, qui lui est proportionnelle ferait de même, ce qui fait que l'intensité du courant électrique I tendrait vers l'infini.

Il existe donc de phénomènes dissipatifs à l'échelle microscopique, qui vont limiter la vitesse d'ensemble.

On relie cette limitation (qui se traduit par une dissipation d'énergie) aux chocs des électrons sur les défauts de périodicité spatiale du réseau cristallin métallique. Seul un modèle quantique permet de rendre compte correctement de ces effets, en donnant des résultats en accord avec l'expérience.

Retenons que, pour une valeur de champ électrique donnée \vec{E} , les électrons libres atteignent très rapidement une vitesse limite dépendant de \vec{E} , mais aussi du milieu (nature du métal) et de son état (sa température notamment).

On relie la vitesse limite \vec{v} au champ \vec{E} par : $\vec{v} = \mu(\vec{E})\vec{E}$ où $\mu(\vec{E})$ est la mobilité des porteurs de charge dans le métal.

En général, et jusqu'à des valeurs de champ électrostatique assez importantes, cette mobilité reste en fait quasi-indépendante de la valeur du champ : $\vec{v} = \mu \cdot \vec{E}$ avec $\mu = \text{cste}$.

μ est alors une constante caractéristique de la nature et de l'état du métal.

Remarque : Attention à distinguer la vitesse limite d'ensemble \vec{v} de la vitesse correspondant au mouvement d'agitation thermique des électrons (voir calcul d'ordre de grandeur précédent). \vec{v} est la vitesse moyenne des charges libres, calculée pour un échantillon mésoscopique du conducteur.

Finalement, le conducteur aura un comportement ohmique, c'est à dire qu'il suivra la loi d'Ohm :

- si le champ électrique \vec{E} varie suffisamment lentement pour considérer que la vitesse limite \vec{v} est atteinte à tout instant, c'est à dire que le régime transitoire est négligeable ;

- si la mobilité μ est indépendante de \vec{E} .

La vitesse d'ensemble des porteurs de charges est alors identifiable à la vitesse limite $\vec{v} = \mu \cdot \vec{E}$ et comme la densité volumique de courant est reliée à cette vitesse par : $\vec{j} = \dots\dots\dots$

Il vient la relation entre \vec{E} et \vec{j} : $\vec{j} = \dots\dots\dots$

On écrira donc : $\vec{j} = \gamma \vec{E}$ avec $\gamma = \dots\dots\dots$

Cette relation constitue une **expression locale de la loi d'Ohm**, dont on montrera plus loin qu'elle est équivalente à la loi d'Ohm sous sa forme macroscopique : $I = G.U$

5-2. Modèles classiques de conduction.

La conductibilité des métaux ne s'interprète complètement qu'en faisant intervenir la mécanique quantique. Nous allons cependant envisager deux modèles classiques conduisant à des résultats très acceptables.

5-21. modèle classique par analogie au frottement visqueux linéaire :

On suppose que la limitation de la vitesse des porteurs de charges est due à une force de frottement d'intensité proportionnelle à la vitesse : $\vec{f} = -k \cdot \vec{v}$. Cette force s'oppose bien sûr au mouvement des charges libres, de vitesse \vec{v} à l'instant t.

Ecrivons la RFD pour un porteur de charge, de charge -e et de masse m (on prend le cas des électrons dans un métal) :

$$m \frac{d\vec{v}}{dt} = -e\vec{E} - k\vec{v}$$

Soit :

$$\frac{d\vec{v}}{dt} + \frac{k}{m} \vec{v} = -\frac{e}{m} \vec{E}$$

Qui s'intègre en : $\vec{v} = \frac{-e}{k} \vec{E} (1 - \exp(-t/\tau))$ avec $\tau = m/k$ temps de relaxation, caractérisant l'évolution de la vitesse dans le temps.

Après un régime transitoire très bref (τ de l'ordre de 10^{-14} s dans un métal), la vitesse prend sa valeur limite : $\vec{v} = \frac{-e}{k} \vec{E} = \mu \vec{E}$ la mobilité μ s'exprime donc par : $\mu = -e/k = -e\tau/m$.

En introduisant n, la densité particulière des porteurs de charge (nombre de particules par m^3), on exprime la densité volumique de courant : $\vec{j} = -ne\vec{v}$.

Il vient alors une relation entre le vecteur densité volumique de courant et le champ électrique qui crée ce courant correspondant à la loi d'Ohm exprimée localement : $\vec{j} = \gamma \vec{E}$ avec $\gamma = ne^2\tau/m$.

La durée caractéristique τ de mise en place du régime permanent (ou quasi-permanent) étant très faible, la loi d'Ohm reste valable dans les conducteurs métalliques pour toutes les fréquences usuelles d'utilisation (électrotechnique : quelques milliers de Herz, mais aussi radioélectrique, jusqu'au GigaHerz).