B Introduction à la dynamique

La cinématique a pour objet de décrire les mouvements, sans se préoccuper des raisons pour lesquelles le mobile évolue. La dynamique vise à relier le mouvement à ses causes.

I Vers une description causale du mouvement :

Les grandeurs construites pour la description cinématique du mouvement : position, vitesse, accélération, vont s'avérer insuffisantes pour en expliciter les causes .
Notre expérience sensible nous conduit à constater la nécessités d'actions mécaniques pour modifier la vitesse d'un mobile : c'est en exerçant un effort que l'on lance un ballon, c'est aussi par un effort que l'on le stoppe.
Nous constatons aussi qu'il est plus difficile de communiquer une certaine vitesse à une boule de pétanque qu'à une balle de ping-pong (et de même pour l'intercepter !).

Il faut donc, en plus des grandeurs cinématiques, introduire :
- des grandeurs traduisant les actions exercées : ce seront les **vecteurs-forces**,
- une grandeur traduisant le répugnance du mobile à toute modification de son mouvement, c'est à dire une grandeur caractéristique de son inertie : ce sera la **masse d'inertie*** du mobile.

La grandeur traduisant le mouvement d'un mobile du point de vue dynamique doit mettre en jeu à la fois :
- le vecteur vitesse $\vec{v}$ du mobile dans le référentiel d'étude,
- sa masse d'inertie m.

On définit alors sa **quantité de mouvement**, ou **impulsion**, dans le référentiel d'étude par le vecteur : $\boxed{\vec{p} = m.\vec{v}}$

Les variations de cette quantité de mouvement seront liées à l'existence de forces agissant sur le mobile (voir deuxième loi de Newton).

** La masse gravitationnelle est la quantité intervenant dans l'expression des interactions gravitationnelles (poids :* $\vec{P} = m\vec{g}$ *, interactions entre deux masses :* $\vec{F} = \frac{-GMm}{r^2}\vec{e_r}$ *). Pour un objet donné, sa masse gravitationnelle et sa masse d'inertie ont même valeur, mais recouvrent des concepts différents. Nous reviendrons ultérieurement sur ces notions.*

II Les trois lois de Newton (1642-1727) :

II-1 Première loi : Principe d'inertie.

Cette première loi a été posée initialement par Galilée (1564-1642), vers 1602.

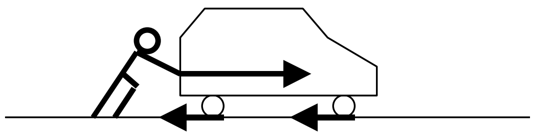
Il existe une classe de référentiels, les **référentiels galiléens**, (nous les définirons plus loin), tels que dans un tel référentiel, un mobile isolé, qui n'est soumis à aucune action mécanique, ou pseudo isolé, c'est à dire soumis à des forces qui se compensent, conserve un vecteur vitesse $\vec{v}$ invariant : $\vec{v} = \overrightarrow{Cste}$ si $\sum \vec{F} = \vec{0}$.

Cette définition concerne le modèle du point matériel. L'étude du mouvement du mobile se ramène à celui d'un point qui le représente. Ce sera usuellement son centre d'inertie, affecté de la masse totale du système.

$\sum \vec{F}$ est la résultante des forces appliquées au système (somme vectorielle).

La genèse de cet énoncé est historiquement intéressante (et épistémologiquement pertinente). Il va en effet à l'encontre de l'approche intuitive que l'on a de la relation entre force appliquée à une système et vitesse acquise.

Prenons l'exemple de la voiture en panne. Plus fort le conducteur va pousser son véhicule, plus grande sera sa vitesse. D'où la relation intuitive, mais fausse, selon laquelle la vitesse d'un mobile est proportionnelle à la force qu'on lui applique.



La résolution de ce paradoxe apparent entre les fondements de la mécanique et notre expérience sensible passe par la prise en compte des frottements : la présence de frottements fait qu'une vitesse limite est atteinte lorsque les frottements vont compenser exactement la force propulsive appliquée au mobile. Une force propulsive plus grande permettra de compenser des frottements plus importants, donc d'atteindre une vitesse plus forte. Mais à vitesse constante la résultante des forces sera bel et bien nulle.

Galilée a conçu ce Principe d'Inertie par une **expérience de pensée** (méthode, plus tard,chère à Einstein, pour concevoir la relativité en 1905).
Imaginons un chariot lancé à une vitesse $\vec{v}$; en l'absence de force motrice, le mouvement va s'amortir du fait des frottements : la vitesse va décroître pour finalement s'annuler. Mais en supprimant les frottements, il n'y a plus de raison que la vitesse décroisse, d'où le Principe d'Inertie :

Un système isolé (ou pseudo isolé), observé dans un référentiel galiléen, conserve une quantité de mouvement invariante : $\sum \vec{F} = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{p} = m\vec{v} = \overrightarrow{Cste}$

II-2 Deuxième loi : Relation Fondamentale de la Dynamique.

Toute modification du mouvement d'un point matériel met en jeu une variation de sa quantité de mouvement $\vec{p} = m\vec{v}$, et elle est due à des actions mécaniques, soit pour un point matériel, à une force résultante $\sum \vec{F}$. La R.F.D. se traduit par l'équation : $\boxed{\dfrac{d\vec{p}}{dt} = \sum \vec{F}}$

$\sum \vec{F}$ représente la cause du mouvement, la variation $\dfrac{d\vec{p}}{dt}$ étant sa conséquence.
$\sum \vec{F}$ s'exprime en Newton (N), $\vec{p} = m\vec{v}$ en kg.m.s^{-1}. (1 N = 1 kg.m.s^{-2}).

Cette relation est très usuellement écrite : $\boxed{\sum \vec{F} = m\vec{\gamma} = m\dfrac{d\vec{v}}{dt}}$

où $\vec{\gamma}$ est l'accélération du mobile et m sa masse inertielle (γ en m.s^{-2}).
(On note usuellement l'accélération $\vec{\gamma}$ ou $\vec{a}$).

Cette dernière expression est cependant moins générale que la précédente car elle suppose que la masse du système est constante.

Dans le cadre de la mécanique classique, la masse inertielle est indépendante du mouvement du point matériel, indépendante du référentiel d'étude, et c'est une quantité conservative (elle est invariante pour un système n'échangeant pas de matière avec l'extérieur).

Notons que la deuxième loi converge vers la première loi : $\sum \vec{F} = m\frac{d\vec{v}}{dt}$ conduit, pour un système isolé ou pseudo isolé ($\sum \vec{F} = \vec{0}$) à : $\frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{0}$ donc $\vec{v} = \overrightarrow{Cste}$

Remarques :

1- *La définition de certains systèmes conduit cependant à une masse variable : une fusée expulse des gaz brûlés pour se propulser par réaction, une goutte de pluie traversant des couches atmosphériques saturées d'humidité va grossir durant sa chute…Les situations de ce type sont exclues du programme de Sup PCSI. Elles ne seront abordées qu'en seconde année.*

2- *En mécanique relativiste, la masse peut se transformer en énergie (et inversement), par exemple lors de collisions de particules, ce qui est décrit par la célèbre relation :* $\Delta E = \Delta mc^2$ *où c est la vitesse de la lumière dans le vide* ($c \approx 3.10^8 m/s$).

3- *En mécanique relativiste, la quantité de mouvement doit être remplacée par l'expression :* $\vec{p} = \gamma(v).m.\vec{v}$ *où le coefficient relativiste γ(v) vaut :* $\gamma(v) = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$.

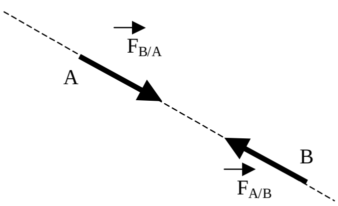
   Remarquons que ce coefficient γ n'a rien à voir avec l'accélération du mobile. On notera $\vec{a}$ *l'accélération, pour éviter toute confusion.*

On doit alors revenir à l'expression générale : $\frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\gamma(v).m.\vec{v}\right) = \sum \vec{F}$ *pour l'étude des mouvements. (Ceci complique singulièrement les problèmes…).*

On considère cette démarche inutile quand ***v < 0,1c = 3.10⁷m/s*** *car alors γ(v)=1 à 0,5 % près : les expressions relativistes convergent alors vers les expressions classiques.* ***L'approximation classique est donc valide.***

La seule exigence du programme de sup PCSI est de connaître cette limite d'application de la mécanique classique.

II-3 Troisième loi : Le principe des actions réciproques ou Principe de l'action et de la réaction.



Les forces qu'exercent l'un sur l'autre deux points matériels A et B sont portées par la même droite, passant par A et B, que l'on nomme **droite d'action**.

Ces forces sont des vecteurs opposés. Elles ont même norme, même direction, mais un sens opposé.

$$\boxed{\overrightarrow{F_{B/A}} = -\overrightarrow{F_{A/B}}}$$

Remarque : le principe de actions réciproques n'est donc valide que pour des objets réductibles à des points matériels.

Nous verrons le cas d'objet physiques qui ne le sont pas. On peut citer l'exemple de l'interaction entre aimants. Les aimants ne peuvent être décrits par le modèle du point matériel, modèle qui ne pourrait renseigner sur la disposition de leurs pôles (sud, nord).

Justification de la troisième loi :
Considérons le système de deux points {A,B}, supposé isolé. Admettons que les quantités de mouvement sont additives : pour le système $\vec{p} = \overrightarrow{p_A} + \overrightarrow{p_B}$. *La R.F.D. écrite pour A donne* $\frac{d\overrightarrow{p_A}}{dt} = \overrightarrow{F_{B/A}}$ *(1) ; sur B :* $\frac{d\overrightarrow{p_B}}{dt} = \overrightarrow{F_{A/B}}$ *(2).*

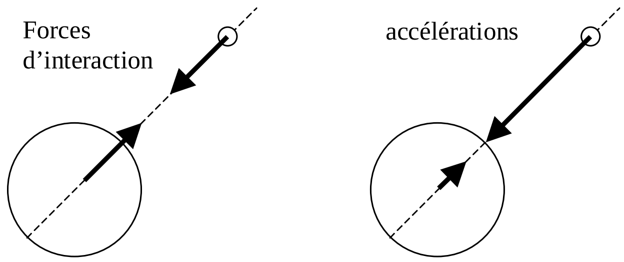
En additionnant (1) et (2), il vient : $\frac{d\overrightarrow{p_A}}{dt} + \frac{d\overrightarrow{p_B}}{dt} = \frac{d\vec{p}}{dt} = \overrightarrow{F_{B/A}} + \overrightarrow{F_{A/B}}$

Mais le système étant isolé : $\frac{d\vec{p}}{dt} = \overrightarrow{F_{B/A}} + \overrightarrow{F_{A/B}} = \vec{0}$ *donc* $\overrightarrow{F_{B/A}} = -\overrightarrow{F_{A/B}}$.

Il reste à admettre l'indépendance des effets, c'est à dire que cette relation n'est pas modifiée si on applique d'autres forces d'interaction sur A ou B, ayant lieu avec des éléments extérieurs au système.

Application :

Quand une pomme tombe sur la Terre, elle est attirée par l'attraction gravitationnelle de la Terre. Mais réciproquement, la Terre tombe sur la pomme ! (le mouvement de la Terre n'est pas décelable).



La force d'interaction a pour norme F = $m_p g$, où g et l'accélération de la pesanteur.

L'écriture de la R.F.D. pour la pomme et pour la Terre, mettant en jeu des forces de même norme, conduit à : $F = m_p.g = m_p.\gamma_p = M_T.\gamma_T$

L'accélération γ_p de la pomme apparaît égale à g = 9,8 m.s^{-2}, tandis que celle de la Terre vaudra : $\gamma_T = m_p.g/M_T$ soit γ_T = 1,6 ;10^{-25} m.s^{-2}.