<u>***FORMULAIRE SUR LES CONIQUES***</u>

1° Généralités :

Toutes les coniques (c'est à dire les paraboles, ellipses et hyperboles), peuvent être engendrées par l'intersection d'un cône de révolution et d'un plan ; d'où leur nom.

• La PARABOLE est le lieu des points équidistants d'un point fixe F (foyer) et d'une droite fixe D (directrice).

• L'ELLIPSE est le lieu des points dont la somme des distances à deux points fixes F et F' (les foyers), est constante.
On pose : FF' = 2c ; **MF + MF' = 2a > 2c**.
On peut déduire de cette définition une construction très simple, se faisant à l'aide d'une ficelle de longueur 2a, et de deux points d'attache en F et F'. Si les deux points sont confondus, on obtiendra alors un cercle.

• L'HYPERBOLE est le lieu des points dont la différence des distances à deux points fixes F et F' (les foyers), est constante.
On pose : FF' = 2c ; **|MF - MF'| = 2a < 2c**.

2° Equation en coordonnées polaires :

Cette équation doit être mémorisée ; elle ne figure donc pas dans ce formulaire.
La valeur de l'excentricité e caractérise le type de conique. Les différents cas doivent être connus.

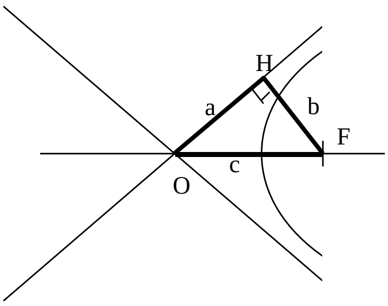
<u>Attention :</u> L'origine du repère est placée en l'un des foyers. (voir figure ci-contre, dans le cas d'une ellipse)
Cette équation représente l'ensemble des coniques. C'est l'équation la plus usitée dans les problèmes physiques.

3° Relation entre les divers paramètres :

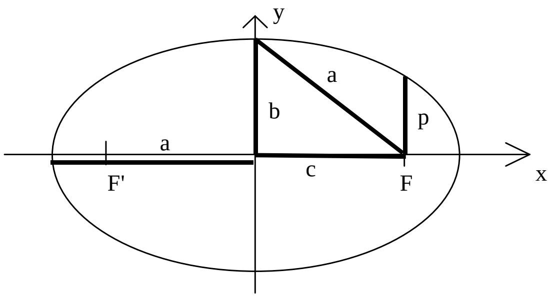
•p désigne le paramètre **$p = b^2/a$** . •L'excentricité est : **$e = c/a$**.

•Pour l'ellipse **:** **$a^2 = b^2 + c^2$** et **$a = p/(1 - e^2)$** ;
où a est le demi grand axe de l'ellipse, b son demi petit axe et c la distance du centre de l'ellipse à l'un de ses foyers.

•pour l'hyperbole : **$c^2 = a^2 + b^2$** et **$a = p/(e^2 - 1)$**.
où a est la distance entre le projeté H du foyer F sur une asymptote, b est la distance entre une des asymptotes et le foyer et c la distance du centre de l'hyperbole à l'un de ses foyers.



hyperbole :
$c^2 = a^2 + b^2$; $e = c/a$;
$a = p/(e^2 - 1)$



ellipse : $a^2 = b^2 + c^2$; $e = c/a$; $a = p/(1-e^2)$; $p = b^2/a$.

Pour une trajectoire hyperbolique, b prend le nom de *paramètre d'impact*. En venant de l'infini, et pour certaines conditions initiales, une particule massique approchant d'un centre d'attraction ou de répulsion, situé au foyer F et supposé fixe, aura sa trajectoire déviée selon une hyperbole. En l'absence d'interaction, la particule incidente décrirait une trajectoire rectiligne correspondant à l'une des asymptotes en passant à une distance b du foyer.

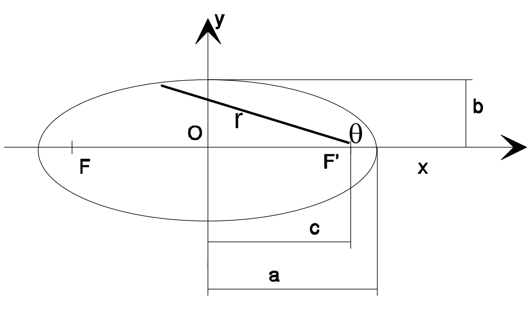
3° Equations en coordonnées cartésiennes :

L'origine est placée au centre, les axes de coordonnées correspondent aux axes de symétrie de la conique.

ellipse : $x^2/a^2 + y^2/b^2 = 1$, hyperbole : $x^2/a^2 - y^2/b^2 = 1$ parabole : $y^2 = 2p[(p/2)-x]$

4° Cas particulier de l'ellipse :

Le terme d'excentricité donné à e = c/a peut se visualiser sur la figure : plus c est grand par rapport à a, plus l'excentricité de l'ellipse est forte.



Une ellipse peut se déduire d'un cercle de centre O et de rayon a par une affinité selon l'axe Oy, de rapport b/a.
Cette remarque permet de déduire aisément la surface d'une ellipse :

$$\boxed{S = \pi ab}$$