Les différents types de coniques ; étude en coordonnées polaires.

• Ces résultats sont présentés dans le cas d'une **interaction newtonienne attractive** pour le mobile soumis à une force centrale. Les trajectoires obtenues répondent alors toutes à l'équation polaire :

$$\boxed{r = \frac{p}{1 + e\cos(\theta - \theta_0)}}$$

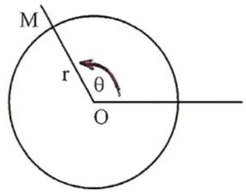
soit en choisissant l'origine des angles : $\boxed{r = \frac{p}{1 + e\cos\theta}}$

L'excentricité caractérise le type de conique :

Si $e > 1$: hyperbole ;	si $e = 1$: parabole ;	si $0 \le e < 1$: ellipse.

Dans tous les cas, le centre O occupe un des foyers de la conique.

Détaillons ces différents cas :

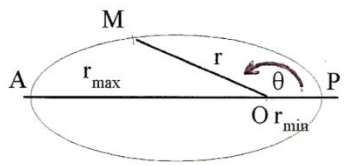


e = 0 : cercle

le rayon polaire r reste constant : $r = p$ pour tout angle polaire θ.

0 < e < 1 : ellipse

le rayon polaire reste compris entre deux valeurs extrêmes : $r_{min} \le r \le r_{max}$



avec $r_{min} = \frac{p}{1+e}$ correspondant au **péricentre** P

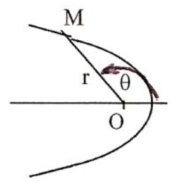
(péri**gée** si O est la Terre, péri**hélie** si O est le Soleil) ;

avec $r_{max} = \frac{p}{1-e}$ correspondant à l'**apocentre** A

(apo**gée** si O est la Terre, ap**hélie** si O est le Soleil) ;

$r = p$ pour $\theta = \pm \pi/2$.

e = 1 : parabole



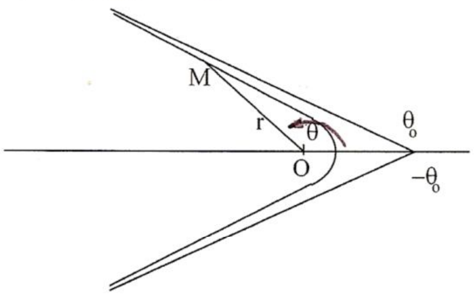
Le rayon polaire passe par un minimum pour $\theta = 0$:

$$r_{min} = p/2\ ;$$

r tend vers l'infini si θ tend vers $\pm\pi$;

$r = p$ pour $\theta = \pm \pi/2$.

e > 1 : hyperbole



Le rayon polaire passe par un minimum pour $\theta = 0$:

$$r_{min} = \frac{p}{1+e}\ ;$$

r tend vers l'infini si θ tend vers $\pm\theta_0$,

avec $\theta_0 = \text{Arccos}(-1/e)$;

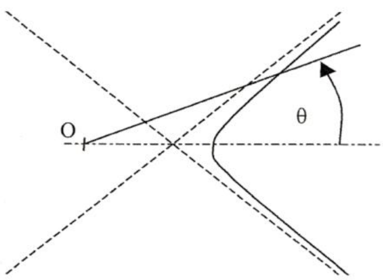
$r = p$ pour $\theta = \pm \pi/2$.

• Dans le cas d'une **interaction newtonienne répulsive**, la seule trajectoire possible est une hyperbole. Le mobile est en effet nécessairement en état de diffusion.

On montre que l'équation polaire prend alors la forme :

$$\boxed{r = \frac{p}{e\cos(\theta - \theta_0) - 1}}$$

soit en choisissant l'origine des angles : $\boxed{r = \frac{p}{e\cos\theta - 1}}$



L'angle polaire varie alors sur l'intervalle $[-\alpha\ ;\ \alpha]$, où $\alpha = \arccos(1/e)$. le péricentre correspond à $\theta = 0$, avec $r_{min} = p / (e-1)$.