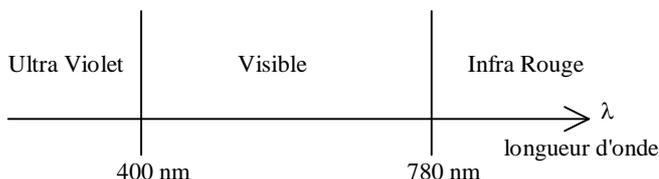


## OPTIQUE GEOMETRIQUE

### INTRODUCTION :

L'optique est la branche de la physique qui étudie les phénomènes mettant en jeu la lumière. La lumière est un rayonnement électromagnétique, dont la longueur d'onde est comprise entre 400 nm et 780 nm (domaine du visible) .

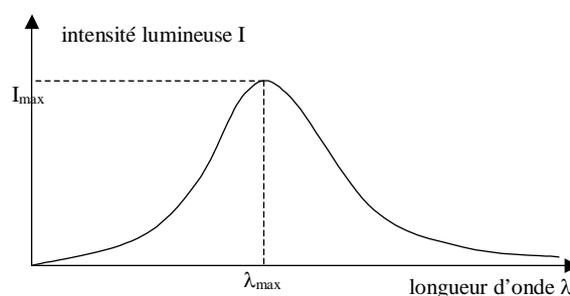


La lumière peut-être selon le problème étudié, modélisée comme une onde électromagnétique, ou comme formée de corpuscules, les photons, porteurs de quantités élémentaires d'énergie (quanta)

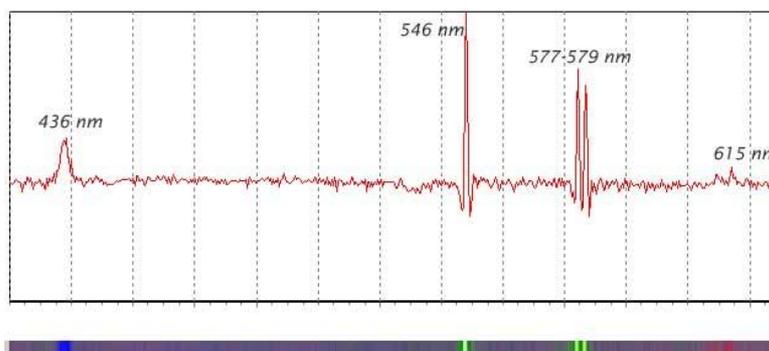
$E = hc/\lambda = h\nu$  ;  $h = 6,62 \cdot 10^{-34}$  J.s étant la constante de Planck,  $c = 2,98 \cdot 10^8$  m.s<sup>-1</sup> la vitesse de la lumière dans le vide,  $\lambda$  et  $\nu$  représentant respectivement la longueur d'onde dans le vide et la fréquence du rayonnement associé au photon.

La lumière du jour, celle des lampes à incandescence (dite lumière blanche), contiennent toutes les radiations du visible :

Le spectre de cette lumière est continu.



Les lampes spectrales, émettant de la lumière du fait de décharges électriques générées dans un gaz, présentent au contraire un spectre discret ou spectre de raies.



*Spectre d'une lampe à mercure sous haute pression (éclairage public).*

## I- L'APPROXIMATION DE L'OPTIQUE GEOMETRIQUE. NOTION DE RAYON LUMINEUX.

### I-1. Aspect ondulatoire :

La notion d'onde a été amplement décrite en terminale. Rappelons quelques définitions.

En modélisant la lumière comme une onde, on l'envisage donc comme une propagation d'énergie correspondant à l'évolution du champ électromagnétique dans l'espace en fonction du temps.

Longueur d'onde  $\lambda$ , vitesse de propagation  $v$  et période  $T$  de l'onde sont liées par la relation  $\lambda = v \cdot T$ , largement utilisée en terminale. *Une justification de cette relation est proposée en fin de ce chapitre.*

La longueur d'onde  $\lambda$  dépend du milieu où l'onde se propage, mais  $T$  est une caractéristique **intrinsèque** de l'onde, indépendante du milieu où elle se propage, au même titre que  $f = 1/T$ , sa fréquence, et  $\omega = 2\pi f$  sa pulsation.

Cette vitesse vaut :  $v = c/n$ , où  $n$  est un nombre sans dimension, nommé **indice du milieu** ( $c$  est la vitesse de la lumière dans le vide). C'est cette relation qui définit l'indice  $n$ .

$\lambda$  dépend donc du milieu. En notant  $\lambda_0$  la **longueur d'onde de la lumière dans le vide**, alors dans un milieu matériel d'indice  $n$  :  $\lambda = cT/n = \lambda_0/n$ . Plus l'indice du milieu est grand plus la célérité sera faible et plus la longueur d'onde sera courte.

Une source de lumière peut-être vue comme constituée de nombreuses sources ponctuelles émettant de la lumière. Chaque point-source émet une onde sphérique : le front d'onde est représenté par un arc de cercle dans une vue à deux dimensions.

La surface-enveloppe des arcs de cercle représentant la propagation de lumière à partir de chaque source est la **surface d'onde**.

*Voir schémas à tracer en cours*

La direction de propagation est donc normale à cette surface.

Cette direction peut rester invariante, évoluer continuellement, ou subir des discontinuités selon les cas. Toute variation de la direction de propagation est liée à la non-uniformité de l'indice du milieu. On considérera que l'énergie transportée par la lumière se propage selon cette direction, décrivant des courbes, que l'on nommera **rayons lumineux**.

**Complément [non exigible] : vitesse de propagation.**

Le modèle mathématique le plus simple d'une onde (onde plane monochromatique) s'écrit :

$$s(x, t) = s_0 \cos \left[ 2\pi \left( \frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right) \right] = s_0 \cos \left( \omega t - \frac{2\pi}{\lambda} x \right)$$

où  $T$  est la période de l'onde, et  $\lambda$  la longueur d'onde (période spatiale de l'onde).  $x$  est la distance séparant le point considéré de l'origine choisie,  $t$  est l'instant considéré. (modèle scalaire de la lumière).

On pourra se représenter matériellement cette idée en faisant l'analogie aux ondes à la surface de l'eau provoquées par un caillou, correspondant à la propagation de la déformation de cette surface.

Cette onde est progressive : la phase  $2\pi \left( \frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right)$  en  $x$  et à l'instant  $t$ , (qui détermine l'onde) détermine la valeur de  $s$  à l'instant  $t$  en la position d'abscisse  $x$ .

Cette phase a même valeur en  $x + \Delta x$  et à l'instant  $t + \Delta t$ ,

à condition d'avoir la relation :  $\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} = \frac{t + \Delta t}{T} - \frac{x + \Delta x}{\lambda}$  d'où la condition :  $\frac{\Delta t}{T} - \frac{\Delta x}{\lambda} = 0$ .

Si un plan se déplace à une vitesse  $v = \Delta x / \Delta t = \lambda / T$ , ses points auront une valeur de phase invariante.  $v$  est la **célérité** de l'onde, c'est-à-dire sa **vitesse de propagation** dans le milieu étudié.

$\lambda$  et  $T$  sont donc liées par la relation :  $\lambda = v.T$

## **I-2. Propagation rectiligne de la lumière. Notion de rayon lumineux. Limite de validité. Diffraction**

Nous allons nous restreindre au cas d'un milieu **homogène** et **isotrope**.

Définissons ces deux termes :

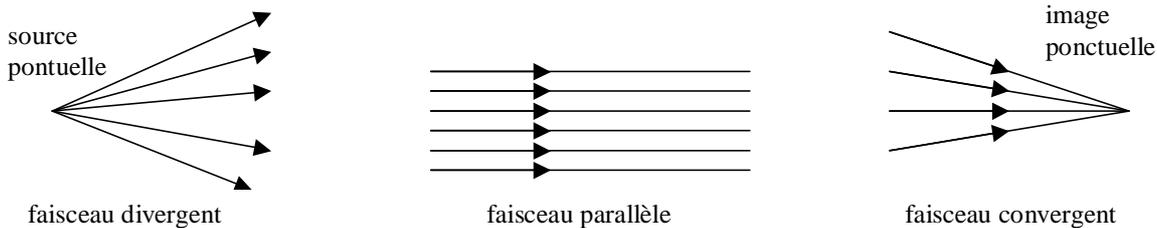
- **homogène** : même composition, mêmes propriétés en tout point.
- **isotrope** : mêmes propriétés dans toutes les directions de l'espace.

Remarquons, pour exemple, qu'un milieu peut-être homogène, mais **anisotrope** (non isotrope).

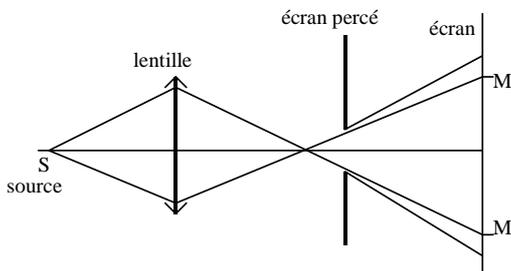
(ex : cas d'un fluide en mouvement : nager dans une rivière ne demande pas le même effort selon la direction et le sens du courant ! c'est un exemple de milieu homogène, mais anisotrope).

On a toujours constaté que la lumière issue d'une source ponctuelle et se propageant dans un milieu homogène et isotrope se propageait selon un trajet rectiligne passant par la source : c'est le **Principe de propagation rectiligne**.

La trajectoire de la lumière constitue un **rayon lumineux**. Un ensemble de rayons lumineux est un **faisceau lumineux**. Un ensemble peu étendu de rayons lumineux est nommé un **pinceau lumineux**.



Envisageons une expérience qui montrera la limite de validité du principe de propagation de la lumière en ligne droite :

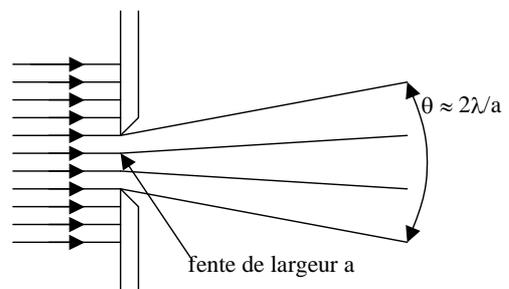


Pour un trou suffisamment grand la lumière éclaire la partie (MM') de l'écran (E') attendue selon le principe de propagation rectiligne. Mais pour un trou plus petit, on obtient de la lumière aussi au-delà des points MM' : il apparaît un phénomène de **diffraction**, qui ne peut s'expliquer qu'à l'aide d'un modèle ondulatoire de la lumière.

On peut s'apercevoir expérimentalement (à l'aide d'un diaphragme) que ce phénomène s'accroît quand la dimension du trou diminue. On montre qu'il y a une relation entre cette dimension et la longueur d'onde de la lumière employée\*.

\* On peut aisément constater ce phénomène de diffraction en observant une source lumineuse éloignée (réverbère...) à travers un rideau de tulle. La figure de diffraction observée dépend de la forme des mailles du tissu.

Une expérience analogue peut être réalisée au moyen d'un Laser. Le phénomène de diffraction est observé en éclairant une fente fine de largeur  $a$  au moyen d'un rayon Laser de longueur d'onde  $\lambda$ . Le faisceau émergent a alors une ouverture angulaire de l'ordre de :  $\theta \approx 2\lambda/a$ .



On peut ainsi fixer le **cadre d'approximation de l'optique géométrique** : l'optique géométrique consistant à négliger le caractère ondulatoire de la lumière, cela consiste à considérer la longueur d'onde comme petite devant les dimensions des ouvertures.

La notion de rayon lumineux, en tant que trajet suivi par la lumière, ainsi que les notions qui vont suivre dans ce cours, suffiront pour construire géométriquement les images données dans les systèmes optiques.

Remarquons que l'on n'observe pas directement de rayons lumineux : le "rayon" du Laser, par exemple, est visualisé grâce à la lumière diffusée par les particules éclairées par le Laser, qui vient interagir avec les cellules photoréceptrices de l'œil. Un rayon lumineux n'a pas d'existence matérielle.

### **I-3 Visualisation :**

La remarque précédente nous amène à s'interroger sur ce que perçoit l'œil : physiologiquement, la partie réceptrice de l'œil est constituée de la rétine. Les cellules rétinienne sont excitées lorsqu'elles reçoivent un flux lumineux, délivrant alors un message électrique transmis au cerveau par le nerf optique. La zone de la rétine éclairée dépend de l'orientation des faisceaux de lumières incidents.

L'œil interprète comme une image (ponctuelle) le point d'intersection des rayons lumineux qui l'atteignent.

L'œil ne peut percevoir des objets que s'ils émettent (sources lumineuses), s'ils réfléchissent (miroir) ou s'ils diffusent (surface mate) de la lumière.

Chaque point du filament d'une ampoule, chaque particule de la flamme d'une bougie, rayonnent de la lumière, et constituent ainsi un point-source (source primaire) (figure 1).

Une surface réfléchissante renvoie les rayons incidents dans une direction précise (selon les lois de la réflexion) (figure 2).

Un objet éclairé diffuse la lumière reçue : chaque point d'une page blanche correspond donc à une source ponctuelle secondaire (figure 3).

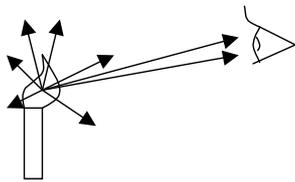


figure 1

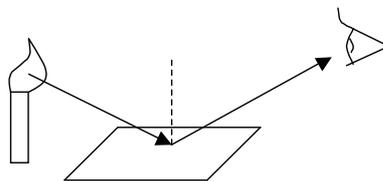


figure 2

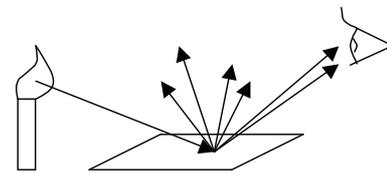


figure 3

L'observation par l'œil d'une image projetée sur un écran (au rétroprojecteur par exemple) relève des processus suivants :

- 1) une source primaire éclaire l'objet à projeter (le transparent).
- 2) La lumière diffusée par cet objet est renvoyée sur l'écran par le rétroprojecteur. Le trajet suivi par les rayons lumineux obéit alors à des règles que nous préciserons ultérieurement.

Dans des conditions correctes, chaque point-source de l'objet éclairé conduit à la formation d'un point-image sur l'écran.

- 3) Chaque point-image de l'écran va, à son tour, diffuser la lumière incidente dans toutes les directions.
- 4) L'œil capte alors une partie des rayons émis par un point donné de l'écran, et en prolongeant géométriquement les rayons qu'il reçoit, identifie la lumière captée comme issue d'un point donné de l'écran.

### ***Phénomène de diffusion :***

*La diffusion de la lumière est une forme particulière de réflexion.*

*Considérons un corps mat, c'est-à-dire non brillant, non poli. La surface du corps présente en chaque point un grand nombre de facettes ayant toutes les orientations.*

*Quand un rayon lumineux arrive sur l'une de ces facettes, il y est réfléchi. Cela se produit sur toutes les facettes Il n'y a donc pas de direction privilégiée : la lumière est dite diffusée.*

*Dans la plupart des cas, la lumière diffusée a même longueur d'onde que la lumière incidente.*

C'est la diffusion de la lumière qui permet de voir les corps mats ; ceux-ci diffusent la lumière qu'ils reçoivent, et jouent à leur tour, le rôle de source de lumière.

Le polissage de la surface du corps permet d'obtenir des facettes ayant toutes même orientation locale, donc une direction unique de réflexion de la lumière.

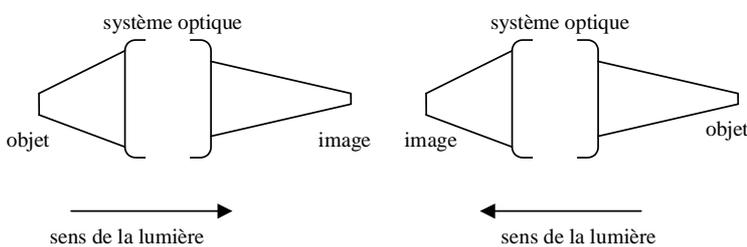
## II- PRINCIPES ET LOIS FONDAMENTALES DE L'OPTIQUE GEOMETRIQUE.

### II-1. Lois phénoménologiques :

#### a) Principe de propagation rectiligne :

Dans un milieu homogène et isotrope, la lumière se propage en ligne droite

#### b) Principe du retour inverse de la lumière :

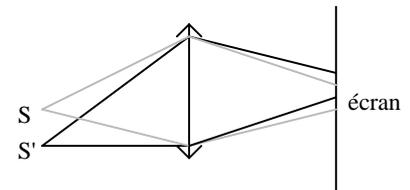


Le trajet suivi par la lumière entre deux points situés sur un même rayon lumineux est indépendant du sens de propagation de la lumière entre ces deux points.

#### c) Principe de l'indépendance des rayons lumineux

Si, dans un milieu homogène, il existe plusieurs sources de lumière, les différents faisceaux se propagent sans interagir, c'est-à-dire indépendamment les uns des autres.

L'éclairement obtenu globalement est alors la somme des éclaircements obtenus pour chacune des sources.



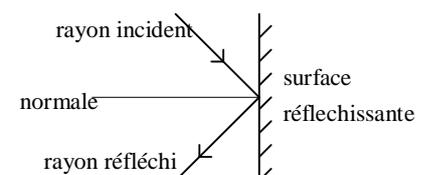
*Remarque* : il existe cependant des conditions pour lesquelles ce principe n'est pas respecté. En cas de sources cohérentes on obtient un phénomène d'interférences, la superposition des ondes issues des deux sources peut être constructive ou destructive. Concrètement, cela va se traduire par des zones sombres ou brillantes qui vont se succéder périodiquement sur l'écran, formant des franges d'interférence. Là encore, comme pour la diffraction, seule l'optique ondulatoire permet d'expliquer ces phénomènes.

## II-2. Réfraction et réflexion : Loi de Snell-Descartes

### II-21. Lois de la réflexion :

On parle de **réflexion** quand la lumière subit un brusque changement de direction en rencontrant une surface dite "réfléchissante" et revient dans le milieu de propagation initial.

La surface est parfois nommée **miroir**.



Le point où le rayon incident rencontre la surface est le **point d'incidence**. Le plan contenant le rayon incident et la normale à la surface de réflexion est le **plan d'incidence**.

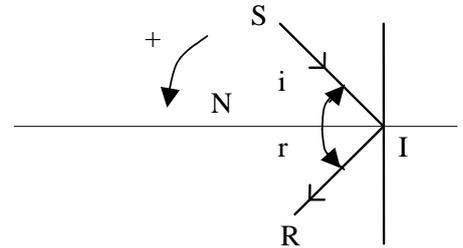
**Première loi :** le rayon incident et le rayon réfléchi sont contenus dans le plan d'incidence

**Deuxième loi :** On nomme angle d'incidence  $i = (S, I, N)$   
 angle de réflexion  $r = (R, I, N)$

Angles d'incidences et de réflexions sont égaux :  $i = r$

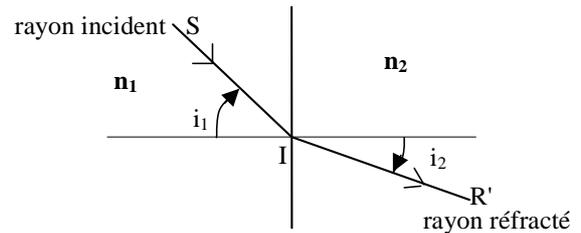
ou en algébrisant les angles :  $r = -i$

On peut résumer ces deux lois en disant que le rayon réfléchi est le symétrique du rayon incident par rapport à la normale à la surface de réflexion.



**II-22. Lois de la réfraction :**

**Définition :** la **réfraction** consiste en un brusque changement de direction de la lumière, subie à la traversée d'une surface séparant deux milieux d'indice  $n$  et  $n'$  différents.



La surface réfractante est nommée **dioptre**.

**Remarque :** la vitesse de propagation est donc différente dans les deux milieux :  $v_1 = c/n_1 \neq c/n_2 = v_2$

**Première loi :** le rayon incident et le rayon réfracté sont contenus dans le plan d'incidence. Les droites (SI), (IR') et (IN) de la figure sont coplanaires.

**Deuxième loi :** les angles d'incidence  $i_1$  , et de réfraction  $i_2$  sont tels que :

$$n_1 \sin i_1 = n_2 \sin i_2$$

**II-23. Réfraction limite et réflexion totale :**

A la traversée d'un dioptre, une partie de l'énergie lumineuse va être réfractée, tandis que l'autre partie sera réfléchie.

Les angles  $i_1$  et  $i_2$  étant des angles réels, compris entre 0 et  $\pi/2$  , leur sinus doit être compris entre 0 et 1. Deux cas seront à considérer :

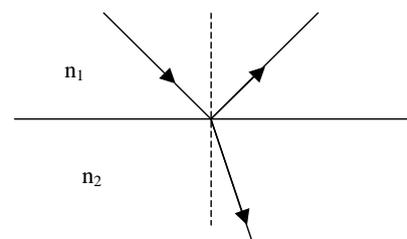
a) 1er cas :  $n_1 < n_2$

D'après :  $n_1 \sin i_1 = n_2 \sin i_2 \rightarrow \sin i_1 > \sin i_2$  , donc  $i_1 > i_2$ .

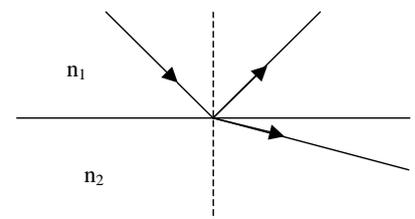
Le rayon réfracté est plus proche de la normale que le rayon incident.

La valeur maximale de  $i_1$  étant  $i_{1max} = +\pi/2$ , amenant  $\sin i_1 = 1$ , la valeur maximale de  $i_2$  est alors telle que :  $\sin i_{2max} = n_1 / n_2 < 1$

Donc la solution  $i_2$  existe toujours : il y a toujours un rayon réfracté.



b) 2ème cas :  $n_1 > n_2$



Alors  $i_1 < i_2$  : le rayon réfracté est plus éloigné de la normale que le rayon incident.  
 L'angle  $i_2$  n'existe que pour  $\sin i_2 \leq 1$ , donc pour  $i_1 < i_{1\max}$ , avec la condition :

$$\sin i_{1\max} = n_2 / n_1$$

En effet, si  $i_1 > i_{1\max}$ , alors la loi de Descartes  $n_1 \cdot \sin i_1 = n_2 \cdot \sin i_2$  implique :  $\sin i_2 = (n_1/n_2) \cdot \sin i_1$  ;  
 avec  $\sin i_1 > n_2 / n_1$  donc  $\sin i_2 > 1$  ce qui est physiquement impossible.

Il n'y a plus de rayon réfracté. Toute la lumière incidente est alors réfléchi : c'est le phénomène de **réflexion totale**.

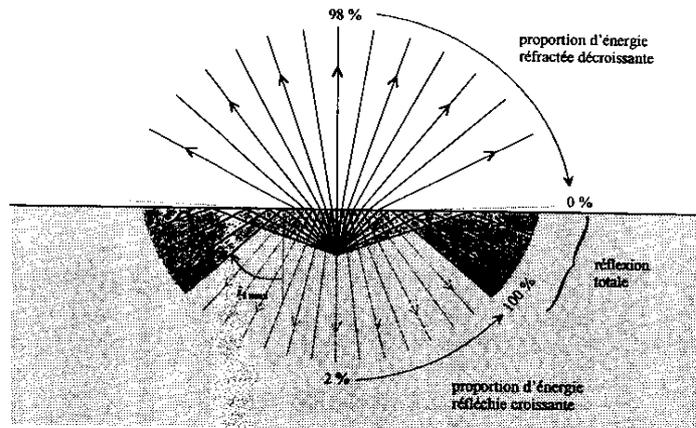
L'angle  $i_{1\max}$  correspond à la **réfraction limite**.

**exemple :**

considérons pour dioptrre la surface de l'eau.  
 $n_{\text{air}} = 1$  et  $n_{\text{eau}} = 1,33$ .

Dans le sens air-eau, une partir de la lumière sera réfractée quelle que soit l'incidence.  
 Ce n'est plus vrai dans le sens eau-air.

**répartition de l'énergie lumineuse entre énergie réfractée et énergie réfléchi, en fonction de l'angle d'incidence, dans le cas d'une source située dans l'eau. Le dioptrre est l'interface air/eau.**



**III- VOCABULAIRE DE L'OPTIQUE GEOMETRIQUE**

**III-1. Dioptrres et miroirs :**

On rappelle, pour mémoire, qu'un **dioptrre** est la surface séparant deux milieux d'indice différents. Un dioptrre est une surface réfractante.

Un **miroir** est une surface réfléchissante.

On nomme **système optique**, l'ensemble de milieux transparents séparés par des surfaces réfractantes (dioptrres) ou réfléchissantes (miroirs).

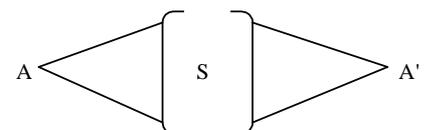
Un **système centré** est un système possédant un axe de symétrie.

On distingue trois catégories de systèmes :

- les systèmes **dioptriques** : ne comportant que des dioptrres,
- les systèmes **catoptriques** : ne comportant que des miroirs.
- les systèmes **catadioptriques** : comportant des dioptrres et des miroirs,

**III-2. Images et objets :**

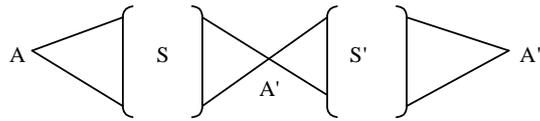
Soit un système quelconque (S), et une source de lumière ponctuelle placée en A.



Si toute la lumière issue de A vient converger en A' après avoir traversé (S), A' est l'image de A à travers S. A est l'objet correspondant à cette image.

On désigne par le terme d'objet tout ensemble de sources ponctuelles, ou plus généralement toute situation analogue à un ensemble de sources ponctuelles dont on pourra former une image à travers un système optique.

Exemple :



L'image A' de A à travers S est pour S' l'objet, dont A'' est l'image.

**III-3. Réalité - virtualité :**

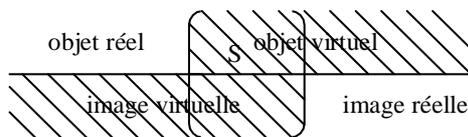
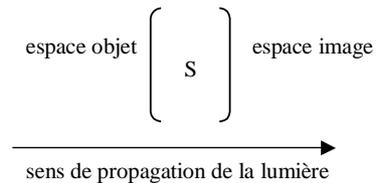
Un système optique S est limité par deux faces extrêmes.

- la **face d'entrée** (première face rencontrée par la lumière)
- la **face de sortie** (dernière face rencontrée).
- 

Remarque : pour certains systèmes catoptriques ou catadioptriques face d'entrée et face de sortie peuvent être confondues.

On se base sur le sens de propagation de la lumière pour diviser l'espace en :

- un **espace objet** : situé en avant de la face d'entrée,
- un **espace image** : situé en arrière de la face de sortie.

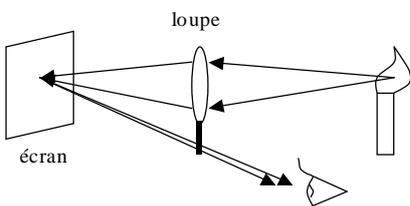


L'objet est dit **réel** s'il est situé dans l'espace objet ; il est dit **virtuel** sinon.

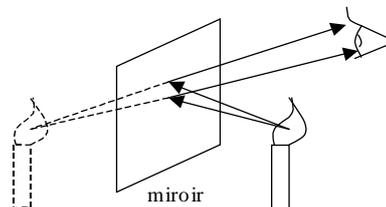
L'image est dite **réelle** si elle est située dans l'espace image ; elle est dite **virtuelle** sinon.

Quelques exemples : (voir démonstration et commentaires en cours)

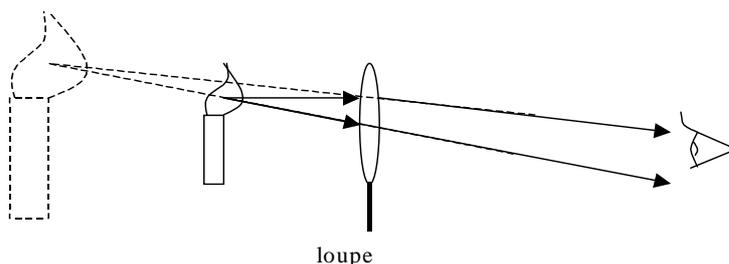
observation d'une image réelle :



observation d'une image virtuelle :



utilisation usuelle d'une loupe :



Remarques :

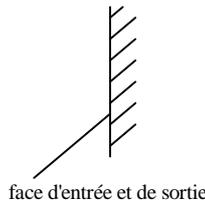
- \* L'oeil peut aussi bien voir une image réelle qu'une image virtuelle.
- \* La distinction entre image réelle et virtuelle pourra se faire à l'aide d'un écran.  
→ seule une image réelle peut-être formée sur un écran.
- \* La mise en oeuvre d'un objet virtuel nécessite la présence d'un système optique placé en amont.

Nous reviendrons plus complètement sur les significations et conséquences concrètes de ces virtualités et réalités, ainsi que sur le rôle de l'oeil, en TP-cours.

- \* pour certains systèmes catoptriques ou catadioptriques, espaces image et objet se superposent.

Exemple : cas d'un miroir

faces d'entrée et de sortie sont confondues.

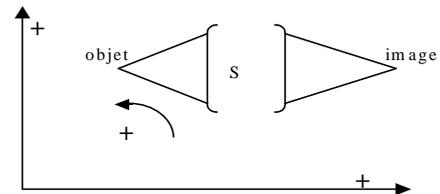


**III-4. Algébrisation des problèmes :**

L'existence d'un sens de propagation effectif de la lumière, les distinctions objet/image, réelle/virtuelle, amène à introduire une algébrisation pour l'étude géométrique des rayons lumineux.

Cette algébrisation est a priori arbitraire. Usuellement, on orientera selon le schéma suivant :

définissant les sens positifs des mesures algébriques selon l'axe optique, selon la direction orthogonale à cet axe et pour les mesures d'angles.



L'axe du système est orienté positivement, dans le sens de propagation de la lumière incidente.

La direction perpendiculaire est orientée positivement vers le haut.

Les angles sont orientés positivement dans le sens trigonométrique.

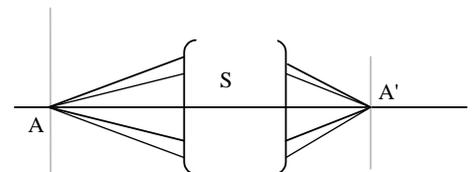
On prendra soin d'indiquer schématiquement ces orientations sur chaque schéma apparaissant dans un problème (nécessaire pour le correcteur !).

**IV- STIGMATISME ET APLANETISME. CONDITIONS DE GAUSS.**

**IV-1. Définitions :**

a) Stigmatisme

Un système optique est dit **rigoureusement stigmatique** pour le couple de points conjugués (AA'), si tous les rayons issus du point objet A passent, après traversée du système, par le même point image A'.



Tous les récepteurs de lumière ont une structure granulaire : l'oeil (cônes et bâtonnets), les pellicules photos (grains de l'émulsion), les récepteurs des caméras vidéo...

Ce stigmatisme rigoureux n'est pas nécessaire en pratique pour avoir une bonne image, c'est-à-dire une image non floue (1 point  $\Leftrightarrow$  1 point).

Si l'image A' est non un point, mais une tache de très petites dimensions, ne recouvrant qu'un seul grain-récepteur, le récepteur ne fera pas de différence : l'image A' de A semblera ponctuelle.

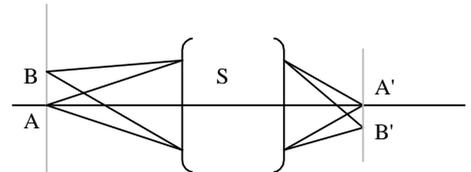
Un système est dit **approximativement stigmatique** si l'image d'un point objet A est une tache de très petites dimensions, ne recouvrant qu'un grain du récepteur, centre en A', **image géométrique** de A.

**Remarque** : le stigmatisme rigoureux n'est, au plus, réalisable que pour un couple de points donné, sur l'axe optique, dans la plupart des systèmes centrés. Certains systèmes ne sont stigmatiques pour aucun couple de points.

Les systèmes optiques sont usuellement utilisés dans des conditions de stigmatisme approché.

**b) Aplanétisme**

Pour un système centré (S), soient deux points A et A' de l'axe, pour lequel le système est rigoureusement stigmatique.

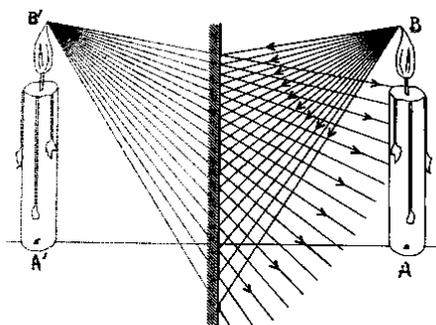


Soient par ailleurs deux points B et B', très proches respectivement de A et A' situés sur des plans perpendiculaires à l'axe du système en A et A', (plans de front) et dans le même plan contenant l'axe (plan méridien) qui est le plan de la figure.

Le système est dit **aplanétique** pour A et A' s'il est aussi rigoureusement stigmatique pour B et B'. On réalise ainsi une correspondance plan à plan par le système S (en se restreignant aux zones localisée à proximité de l'axe optique).

L'étymologie du terme aplanétisme est reliée au terme grec *aplanêtos* "qui ne dévie pas", ce qui correspond bien au fait qu'un système aplanétique ne présente pas d'aberrations géométriques (voir TP-cours d'optique).

**IV- 2. Stigmatisme rigoureux et aplanétisme rigoureux : exemple du miroir plan :**

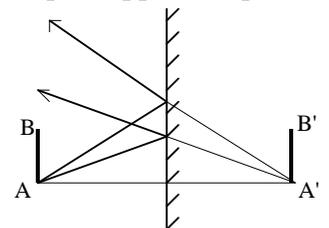


*Stigmatisme rigoureux du miroir plan*

Nous allons procéder à la construction de l'image d'un objet AB par un miroir plan et vérifier que ce système est rigoureusement stigmatique et aplanétique.

D'après les lois de la réflexion, les rayons réfléchis semblent provenir, tous, du même point image A', symétrique de A par rapport au plan du miroir.

De même pour le couple des points B et B'.



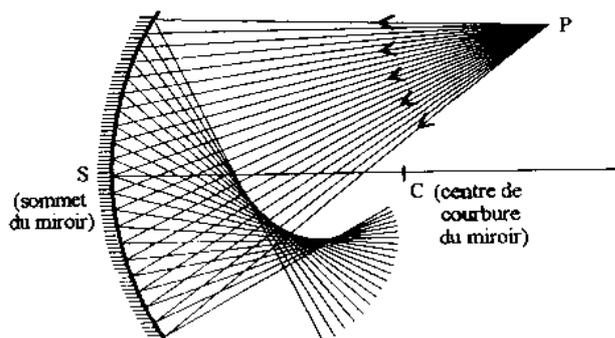
Notons que A' et B' sont des images **virtuelles**, non projetable sur un écran.

Remarquons que le miroir est rigoureusement stigmatique quelle que soit l'inclinaison (l'angle d'incidence) des rayons lumineux.

**IV-3. Stigmatisme et aplanétisme approchés :**

**IV-31. Cas du miroir sphérique**

**a) Astigmatisme du miroir sphérique**



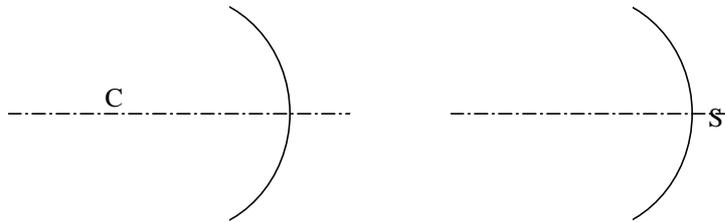
*Astigmatisme du miroir sphérique*

Les rayons issus d'une même source ponctuelle P ne convergent pas (loin s'en faut !) en un même point.

Ces rayons ne semblent pas non plus être issus d'une source ponctuelle virtuelle.

Il n'y a pas, en général, formation d'image ni réelle ni virtuelle. Le miroir sphérique est astigmatique.

**b) Stigmatisme au centre et au sommet**



Il existe deux points particuliers pour lesquels le miroir est rigoureusement stigmatique :

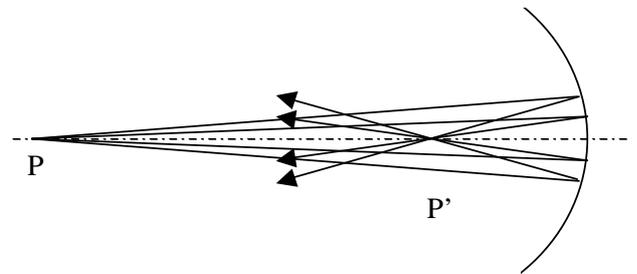
- le centre : il est rigoureusement stigmatique pour lui-même (il est sa propre image réelle dans le miroir),
- le sommet : (en fait, tout point de la surface du miroir).

**c) Stigmatisme approché : observation expérimentale.**

On constate expérimentalement le stigmatisme approché des miroirs sphériques : les rayons lumineux issus d'un point relativement proche de l'axe du miroir, et ayant des directions peu inclinées par rapport à cet axe viennent converger, après réflexion, en une zone restreinte.

Cette tache-image a alors des dimensions suffisamment faibles pour que les récepteurs optiques l'identifient comme un point lumineux.

On peut donc visualiser une image nette d'un objet lumineux à travers un miroir sphérique.



**d) Stigmatisme approché sur l'axe optique- étude théorique.**

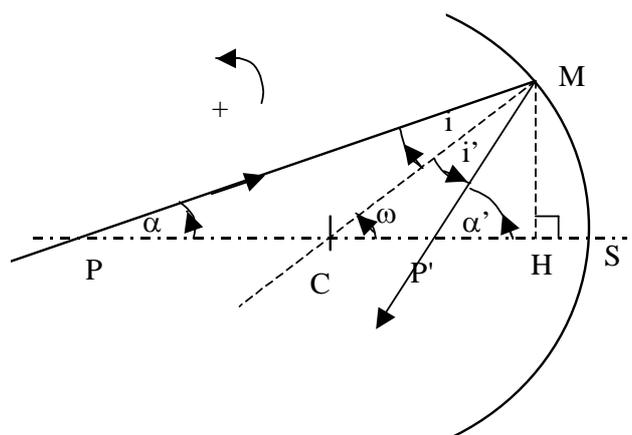
Cette étude n'est pas exigible au programme de la classe de Sup PCSI. Seules les conclusions qualitatives quant à la notion de stigmatisme approché sont à retenir. Ce point de vue sera largement complété à l'occasion des TP-cours.

Nous allons étudier le tracé d'un rayon lumineux issu d'un point P de l'axe optique (CS) du miroir.

On notera P' l'intersection du rayon lumineux avec l'axe optique, après réflexion dans le miroir en M.

On appelle  $i$  et  $i'$  les angles d'incidence et de réflexion en M,  $\alpha$  et  $\alpha'$  les angles d'ouverture et  $\omega$  l'angle paramétrant la position du point d'incidence M. Vu la convention d'orientation prise,  $\alpha$ ,  $\alpha'$ ,  $\omega$  et  $i$  apparaissent positifs,  $i$  est négatif.

Pour des rayons paraxiaux, c'est à dire peu inclinés sur l'axe du miroir et émis d'un point P proche de l'axe (ici P a été choisi sur l'axe), tous ces angles sont faibles. Leur valeur en radian peut alors être confondue avec leur tangente :  $\tan \alpha \approx \alpha$ , etc.



Par ailleurs, le point M étant alors proche de S, le point H, projeté orthogonal de M sur l'axe est approximativement confondu avec S.

Dans le triangle PMC :  $\alpha + (-i) + (\pi - \omega) = \pi$  donc  $(-i) = \omega - \alpha$

Dans le triangle P'MC :  $\omega + i' + (\pi - \alpha') = \pi$  donc  $i' = \alpha' - \omega$

Par les lois de réflexion :  $i' = -i$  ce qui amène  $2\omega = \alpha + \alpha'$ .

Comme :  $\tan \alpha = \frac{\overline{HM}}{\overline{PH}} \approx \alpha$  et  $\tan \omega = \frac{\overline{HM}}{\overline{CH}} \approx \omega$  et  $\tan \alpha' = \frac{\overline{HM}}{\overline{P'H}} \approx \alpha'$

Il vient :  $2 \frac{\overline{HM}}{\overline{CH}} = \frac{\overline{HM}}{\overline{PH}} + \frac{\overline{HM}}{\overline{P'H}}$  soit finalement :  $\boxed{\frac{1}{\overline{HP}} + \frac{1}{\overline{HP'}} = \frac{2}{\overline{HC}}}$

Cette étude montre que dans le cas général tous les rayons issus de P ne convergent pas en P' unique puisque la position de l'intersection des rayons réfléchis avec l'axe dépend du point d'incidence M, donc de la direction du rayon incident.

Cependant, si l'angle  $\omega$  est suffisamment faible, c'est-à-dire si les rayons incidents considérés sont suffisamment proches de l'axe (CS), il y a quasiment convergence des rayons en un point P' unique, puisqu'alors les points H et S sont quasiment confondus :  $\overline{SH} = \overline{SC} \cdot (1 - \cos \omega)$  avec  $\cos \omega \approx 1$ .

On parle alors de **stigmatisme approché pour les rayons paraxiaux**.

Pour des rayons paraxiaux, H pouvant être confondu avec S, le sommet du miroir, on obtient une relation entre la position du point objet P et celle du point image P', faisant intervenir le **rayon algébrique** du miroir  $\rho = \overline{SC}$  :

$$\boxed{\frac{1}{\overline{SP}} + \frac{1}{\overline{SP'}} = \frac{2}{\overline{SC}}}$$

#### **IV-32. Relations de conjugaison pour un miroir sphérique :**

##### **a) Relation de conjugaison avec origine au sommet :**

Dans les conditions de stigmatisme approché :  $\boxed{\frac{1}{\overline{SP}} + \frac{1}{\overline{SP'}} = \frac{2}{\overline{SC}}}$

Cette relation relie les positions des points P et P'.

Elle est parfaitement symétrique entre P et P', que l'on qualifie de **points conjugués**.

C'est la **relation de conjugaison**. Relation que l'on écrit, en introduisant les grandeurs algébriques

$z = \overline{SP}$ ,  $z' = \overline{SP'}$  et  $\rho = \overline{SC}$  :

$$\boxed{\frac{1}{z} + \frac{1}{z'} = \frac{2}{\rho}}$$

Un point lumineux placé en P conduit à une image ponctuelle de position P', et inversement (retour inverse de la lumière). Autrement dit : tous les rayons lumineux (paraxiaux) issus d'une source ponctuelle P passent en P', et inversement.

##### **b) Relation de conjugaison avec origine au centre :**

On cherche une nouvelle relation de conjugaison, en prenant comme origine des abscisses le centre C.

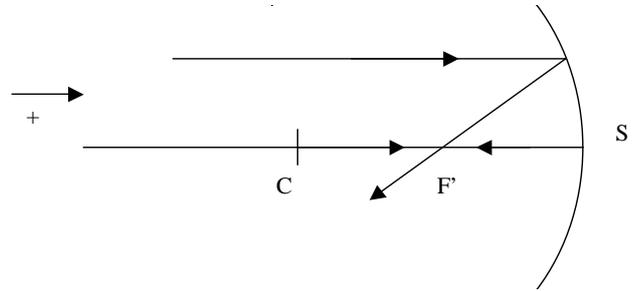
En appliquant la relation de Chasles à l'expression :  $\frac{1}{\overline{SP}} + \frac{1}{\overline{SP'}} = \frac{2}{\overline{SC}}$

Il vient après simplifications : 
$$\boxed{\frac{1}{\overline{CP}} + \frac{1}{\overline{CP'}} = \frac{2}{\overline{CS}}}$$

*N.B : Nous rétablirons ultérieurement ces relations à partir de constructions géométriques plus simples.*

**IV-33. Caractère focal du miroir sphérique :**

Envisageons un faisceau de lumière parallèle à l'axe optique, issu d'un objet situé à l'infini se réfléchissant sur le miroir.



En utilisant les formules de conjugaison, et en faisant tendre la quantité  $\frac{1}{\overline{SP}}$  vers 0, on constate que le

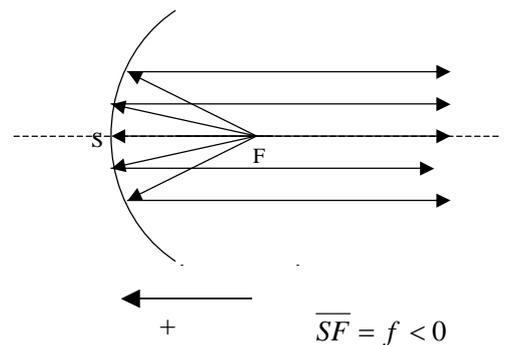
faisceau après réflexion va converger vers un point de position F' telle que  $\overline{SF'} = \frac{\overline{SC}}{2}$ .

Ce point particulier correspondant au *foyer image* du miroir.

Réciproquement, si l'on envisage un point F, situé sur l'axe optique, tel que  $\overline{SF} = \overline{FC} = \frac{\overline{SC}}{2} = \frac{\rho}{2}$

alors :  $\overline{SP'}$  tend vers l'infini.

Par conséquent, une source ponctuelle de lumière placée en F produit, après réflexion, un faisceau de lumière parallèle, dans la direction de l'axe optique. F est dit le *foyer objet* du miroir.



Remarquons que pour un miroir les foyers objet et image sont confondus en un même point, noté F, que l'on nommera simplement *foyer* du miroir.

La distance algébrique  $\overline{SF} = \overline{SF'} = f$  est la *distance focale* du miroir sphérique.

Cette distance focale est négative pour un *miroir concave* (cas de la figure) et positive pour un *miroir convexe*.

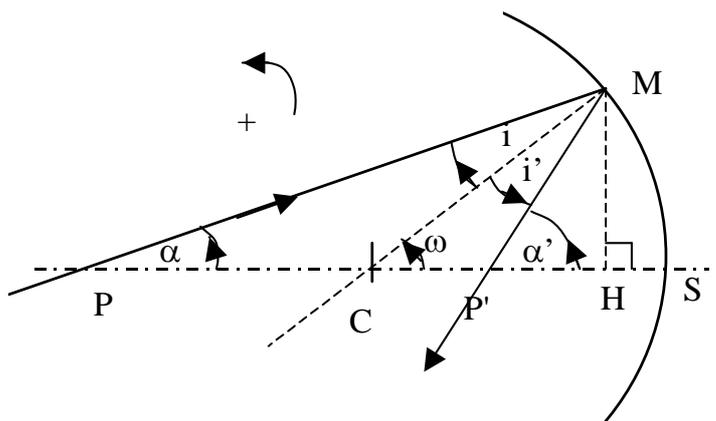
Remarque : le caractère focal du miroir sphérique ne l'est que pour des rayons lumineux se réfléchissant à proximité de l'axe du miroir (donc avec une incidence faible). C'est pourquoi les systèmes réels utilisant cette propriétés emploient en fait des miroirs paraboliques. Leur surface est constituée d'un paraboloïde de révolution, ce qui permet de focaliser une plus grande quantité de lumière. C'est le cas en particulier pour les télescopes.

**IV- 34. Aplanétisme du miroir sphérique :**

La condition de stigmatisme approchée étant vérifiée sur l'axe optique, on peut affirmer qu'elle l'est aussi au voisinage de l'axe.

En effet, le problème est invariant par rotation autour du centre C du miroir.

En considérant un couple de points conjugués P et P', sur l'axe optique, si l'on fait une rotation d'un



angle  $\beta$  autour de C, on obtient un deuxième couple de points conjugués Q et Q', à condition que  $\beta$  soit suffisamment petit pour que la condition de stigmatisme approché ( $\omega$  faible,  $\cos \omega \approx 1$ ) reste vérifiée.

Le miroir est approximativement *aplanétique*.

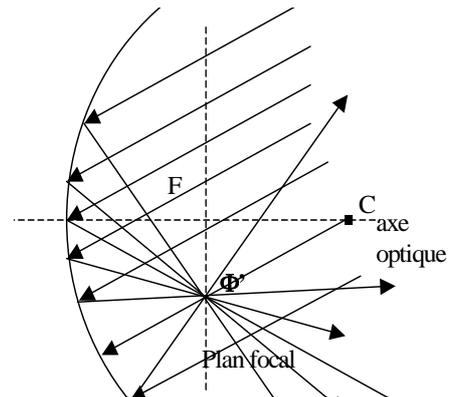
La conjugaison entre deux points de l'axe optique va donc, du fait de l'aplanétisme, se traduire par une correspondance entre deux zones planes centrées sur les points conjugués.

#### IV- 35. Foyers secondaires :

La condition d'aplanétisme est vraie, notamment pour des points situés dans le *plan focal*. Ce plan focal est par définition le plan orthogonal à l'axe optique passant par le foyer.

Les points de ce plan sont dits *foyers secondaires*. Des faisceaux de lumière parallèle faiblement inclinés par rapport à l'axe optique convergent donc en ces foyers secondaires.

Pour un miroir, le plan focal objet et le plan focal image sont confondus.



#### IV- 4. Conditions de Gauss :

Ces conditions vont permettre d'obtenir des images de bonnes qualités à l'aide d'un système optique (non floue et non distordue). Elles vont consister en la recherche d'un stigmatisme et d'un aplanétisme approché. (Nous avons vu que les récepteurs de lumière, oeil, photo, caméra,... étant granulaires, des conditions approchées sont suffisantes).

Ces conditions ont été abordées sur l'exemple du miroir sphérique, on admettra qu'elles sont identiques pour tout système optique centré.

On considère un objet AB, plan, et perpendiculaire à l'axe, dont l'image à travers le système doit être plane, perpendiculaire à l'axe, et de bonne qualité.

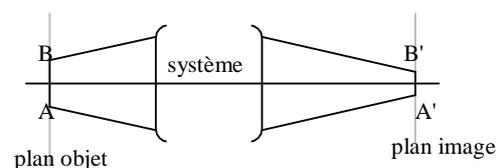
Le stigmatisme approché demande des rayons paraxiaux. L'aplanétisme approché requiert un objet AB de petite dimension. Le système étant centré, il faut respecter cette symétrie : l'objet doit être centré sur l'axe, et conduira alors à une image centrée sur l'axe.

#### Conditions de Gauss :

- *objet plan, perpendiculaire à l'axe, centré sur l'axe, de petites dimensions,*
- *rayons lumineux paraxiaux (peu inclinés par rapport à l'axe) et donc proches de l'axe.*

L'image obtenue est alors de bonne qualité, plane, perpendiculaire à l'axe, et centrée sur l'axe.

Remarque : les conditions de l'approximation de Gauss montrent que le système établit une *correspondance plan à plan* entre l'objet et l'image :

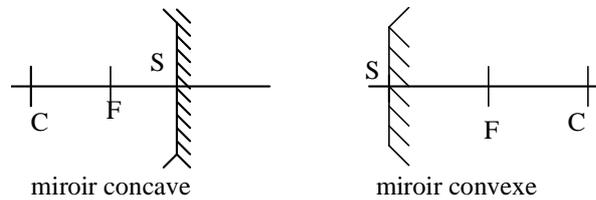


(On parle de plans de front objet ou image).

## V- MIROIRS SPHERIQUES DANS LES CONDITIONS DE GAUSS.

En pratique, on n'utilise le miroir sphérique que dans les conditions de l'approximation de Gauss. Seuls des rayons paraxiaux étant mis en jeu, la partie utile du miroir sphérique a son plan tangent en son sommet S.

D'où la représentation usuelle :



Pour un miroir concave (convergent) :  $f = \overline{SF} = \overline{SC} / 2 < 0$

Pour un miroir convexe (divergent) :  $f = \overline{SF} = \overline{SC} / 2 > 0$

Nous pouvons rappeler les formules de conjugaison, valables dans les conditions de Gauss :

$$\frac{1}{\overline{CP}} + \frac{1}{\overline{CP'}} = \frac{2}{\overline{CS}} \quad \text{et} \quad \frac{1}{\overline{SP}} + \frac{1}{\overline{SP'}} = \frac{2}{\overline{SC}}$$

origine au centre  origine au sommet

### V- 1. Construction des images dans l'approximation de Gauss :

Sous réserve que les conditions de Gauss soient réalisées, on appliquera les règles suivantes :

- Tout rayon passant par le centre du miroir sphérique conserve la même direction après réflexion (il n'est pas dévié), (1)
- Tout rayon passant par le sommet du miroir sphérique se réfléchit symétriquement par rapport à l'axe optique, (2)
- Tout rayon parallèle à l'axe optique passe par le foyer après réflexion, et réciproquement. (3)

#### V- 1-1. Exemples :

*Les constructions évoquées ci-après seront corrigées en cours. Par ailleurs, un document annexe présentant les constructions d'image dans le cas des miroirs sphériques, mais aussi des lentilles minces, dans toutes les situations possibles, est joint au présent polycopié. (voir Annexe : exemples de constructions géométriques)*

Recherche d'un rayon émergent, à partir d'un rayon incident donné :

Une méthode consiste à introduire un point-objet A, par lequel passe le rayon incident. On construit alors son image A' au moyen de rayons particuliers (passant par C ou F par exemple). La condition de stigmatisme étant supposée réalisée, tous les rayons passant par A doivent passer par A', ce qui permet de déduire le rayon émergent cherché.

La notion de foyers secondaires pourra aussi être utilisée. On rappelle qu'un faisceau de lumière parallèle, de direction quelconque, converge en un point du plan focal, nommé foyer secondaire. Un faisceau issu d'un foyer secondaire objet émerge sous forme d'un faisceau parallèle.

Exemple 1 : cas d'un miroir concave

*emploi d'un foyer secondaire objet* : Les rayons convergeant en  $\Phi$  sont réfléchis en un faisceau parallèle. Sa direction s'obtient en considérant le rayon passant par  $\Phi$  et par C (non dévié).

*emploi d'un foyer secondaire image* : On construit le rayon parallèle à l'incident, passant en C. Il n'est pas dévié et rencontre le plan focal en  $\Phi'$ . En  $\Phi'$  doivent converger tous les rayons du faisceau parallèle de direction celle du rayon incident. Donc l'émergent passe par  $\Phi'$ .

Exemple 2 : cas d'un miroir convexe

*emploi d'un foyer secondaire objet* : Les rayons semblant converger en  $\Phi$  sont réfléchis en un faisceau parallèle. Sa direction s'obtient en considérant le rayon passant par  $\Phi$  et par C (non dévié).

*emploi d'un foyer secondaire image* :

On construit un rayon parallèle, passant par C. Ce rayon ne doit donc pas être dévié lors de la réflexion. Il rencontre le plan focal en  $\Phi'$ , foyer secondaire. Or un faisceau parallèle incident doit converger en  $\Phi'$ , d'où la direction de l'émergent ( $\Phi'$  est l'image virtuelle du faisceau parallèle).

### Conclusion :

Tous les rayons incidents passant par un même foyer secondaire objet  $\Phi$  émergeront avec une même direction.

Un rayon lumineux se réfléchit sur un miroir sphérique en passant (réellement pour un miroir concave, virtuellement pour un miroir convexe) par le foyer secondaire image  $\Phi'$  correspondant à son inclinaison.

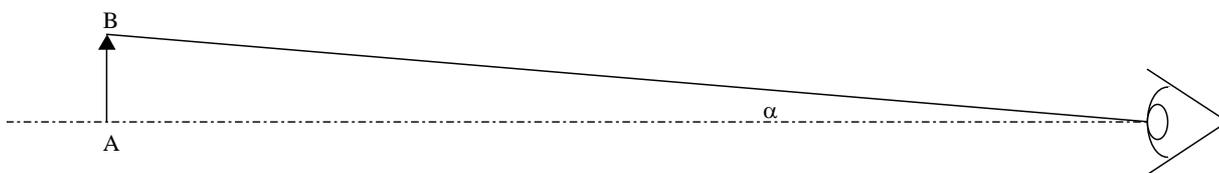
### V- 1-2. Image d'un objet très éloigné :

On parlera d'objet très éloigné, et par approximation d'objet à l'infini, lorsque l'objet sera situé à une grande distance de l'instrument optique, c'est à dire à un grand nombre de fois sa focale.

Dans ces conditions, les rayons lumineux émis par chaque point objet sont reçus par l'instrument optique (œil, miroir, lentille, télescope, lunette, appareil photo...) sous forme d'un faisceau parallèle.

L'inclinaison de ces faisceaux parallèles par rapport à l'axe de visée aura des valeurs comprises entre 0 et  $\alpha$ , correspondant aux extrémités A et B de l'objet.

L'objet AB est vu sous l'angle  $\alpha$ .



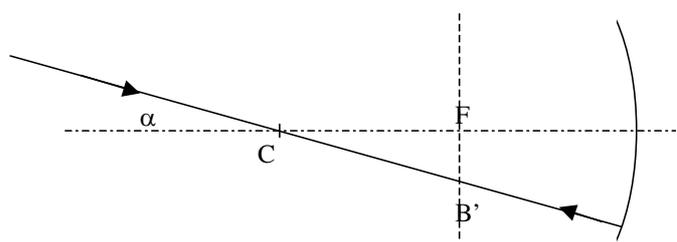
Cette situation est couramment rencontrée en astronomie. On parle de diamètre apparent pour la Lune ou pour le soleil ( $\alpha \approx 1/100$  rad).

L'image de AB se formera dans le plan focal de l'instrument. L'image A' de A sera confondue avec son foyer, tandis que B' sera un foyer secondaire.

La construction, dans le cas d'un miroir concave, mène à :

On calcule la taille de l'image par :

$$A'B' = f \cdot \tan \alpha \approx \alpha \cdot f$$



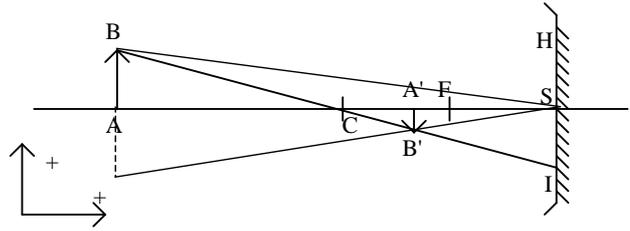
**V-2. Grandissement transversal :**

Considérons un objet AB, donnant une image A'B' dans les conditions de Gauss.

Par définition :

$$\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}}$$

remarquons que  $\gamma$  est algébrique.



Les triangles ABC et A'B'C étant, par construction,

semblables (théorème de Thalès) :  $\frac{\overline{AB}}{\overline{CA}} = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{CA'}}$

donc : relation  $\gamma = \frac{\overline{CA'}}{\overline{CA}}$  qui reste valable pour un miroir convexe.

Toujours par le théorème de Thalès, on peut tirer une seconde expression de  $\gamma$  faisant intervenir le sommet S :

$\frac{\overline{A'B'}}{\overline{SA'}} = -\frac{\overline{AB}}{\overline{SA}}$  donc  $\gamma = -\frac{\overline{SA'}}{\overline{SA}}$  valable aussi pour un miroir convexe.

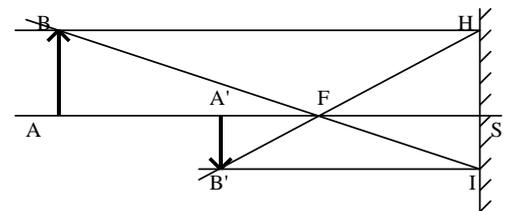
**V-3. Formules de Newton :**

*La démarche qui suit permet d'établir une relation de conjugaison sur la base d'une simple étude géométrique. Elle suppose que l'on se place dans les conditions de Gauss. Elle est exigible au programme de Sup PCSI.*

Ces formules vont faire intervenir la position du foyer F. On rappelle que pour un miroir sphérique de centre C et de sommet S :  $\overline{SF} = \frac{\overline{SC}}{2} = f$  où f : distance focale.

Nous allons raisonner sur une figure correspondant à un miroir concave, mais les résultats obtenus ont aussi applicables au cas d'un miroir convexe.

Les triangles FAB et FSI sont semblables, donc :  $\frac{\overline{SI}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{FS}}{\overline{FA}}$   
 De même, FA'B' et FSH sont semblables, donc :  $\frac{\overline{A'B'}}{\overline{SH}} = \frac{\overline{FA'}}{\overline{FS}}$



Par ailleurs :  $\overline{SH} = \overline{AB}$  et  $\overline{SI} = \overline{A'B'}$

D'où les formules de Newton :  $\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{SI}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{FS}}{\overline{FA}} = \frac{-f}{\overline{FA}}$

et  $\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{SH}} = \frac{\overline{FA'}}{\overline{FS}} = \frac{-\overline{FA'}}{f}$

Soit encore, en notant  $\overline{SF} = f$  la distance focale du miroir :

$$\gamma = -\frac{f}{\overline{FA}} = -\frac{\overline{FA'}}{f}$$

La relation de conjugaison de Newton s'en déduit :  $\overline{FA} \cdot \overline{FA'} = +f^2$

**V-4. Formules de Descartes :**

On peut alors passer à une relation de conjugaison reliant les positions des objets et images par rapport au centre ou au sommet au moyen de la relation de Chasles :

$$\boxed{\frac{1}{\overline{SA}} + \frac{1}{\overline{SA'}} = \frac{2}{\overline{SC}} = \frac{1}{f}} \quad \text{ou} \quad \boxed{\frac{1}{\overline{CA}} + \frac{1}{\overline{CA'}} = \frac{2}{\overline{CS}} = \frac{-1}{f}} \quad \text{avec } f = \frac{2}{\overline{SC}} = \frac{1}{\overline{SF}}$$

Remarque importante :  $f$  est une grandeur algébrique ; avec l'algébrisation usuelle, on choisit  $f > 0$  pour un miroir convexe et  $f < 0$  pour un miroir concave.

### V-5. Cas du miroir plan :

On peut envisager le miroir plan comme un miroir sphérique dont le rayon tend vers l'infini. Le sommet reste sur le miroir, le centre est rejeté à l'infini, le foyer est donc lui aussi rejeté à l'infini ; le miroir plan est un système afocal.

On déduit de la relation de conjugaison avec origine au sommet :

$$\frac{1}{\overline{SA}} + \frac{1}{\overline{SA'}} = \frac{2}{\overline{SC}} \rightarrow \overline{SA'} = -\overline{SA} \quad (\overline{SC} \rightarrow \infty).$$

On a établi précédemment l'expression générale du grandissement :

$$\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = -\frac{\overline{SA'}}{\overline{SA}} \quad \text{donc ici } \gamma = +1$$

Ce qui correspond au fait que objet et image sont symétriques par rapport au plan du miroir.

### V-6. Champ d'un miroir :

Le champ est la portion de l'espace visible dans le miroir depuis une position d'observation  $O$ . Ce champ est délimité par le fait que les dimensions du miroir sont limitées (ou par l'emploi d'un diaphragme, voir TP-cours). Il dépend de la position  $O$ .

Le champ est l'ensemble des points visibles depuis  $O$ , c'est-à-dire des points de l'espace pour lesquels il existe au moins un rayon incident qui passe par eux-mêmes, rencontre le miroir, et après réflexion donne un rayon émergent passant par le point  $O$ .

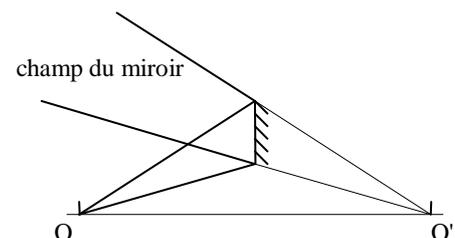
Envisageons l'image  $O'$  de  $O$  par le miroir. Par définition, tout rayon issu de  $O$  passe par  $O'$  (stigmatisme). Par conséquent, tout rayon passant par  $O'$  passe par  $O$ , d'après le principe du retour inverse de la lumière.

Le champ est donc l'ensemble des points depuis lesquels un rayon va pouvoir rencontrer  $O'$  et la surface du miroir.

Le champ du miroir apparaît donc comme la portion de l'espace objet délimitée par le cône de sommet  $O'$  s'appuyant sur le contour du miroir.

Exemples :

- \* Champ d'un miroir plan
  - \* Champ d'un miroir convexe
- (Ces exemples seront traités en cours).



Remarque : si  $O$  est dans le plan focal, le champ est un cylindre s'appuyant sur le contour du miroir.

## VI- LENTILLES MINCES DANS L'APPROXIMATION DE GAUSS

## VI- 1. Définitions et caractéristiques :

### VI-11. Condition de minceur. Centre optique :

Une lentille est un milieu transparent homogène et isotrope limité par deux dioptrés sphériques ou un dioptré sphérique et un dioptré plan. (On rappelle qu'un dioptré est une surface limitant deux milieux d'indices différents).

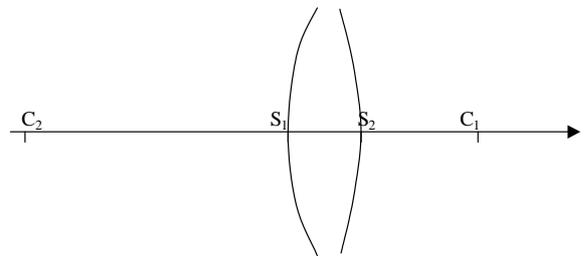
On distingue six sortes de lentilles. (respectivement biconvexe, plan convexe, ménisque convergent, biconcave, plan concave et ménisque divergent).

L'axe principal de la lentille passe par les deux centres des dioptrés sphériques, ou est perpendiculaire au dioptré plan et passe par le centre du dioptré sphérique.

Une lentille est considérée comme mince si l'on peut considérer par approximation que les sommets  $S_1$  et  $S_2$  des deux dioptrés sont confondus.

Notons :  $e = \overline{S_1 S_2}$ , l'épaisseur de la lentille ;

$R_1 = \overline{S_1 C_1}$  et  $R_2 = \overline{S_2 C_2}$  les rayons algébriques des deux dioptrés.



Les **conditions de minceur** d'une lentille sont :  $e \ll |R_1|$  ;  $e \ll |R_2|$  ;  $e \ll |R_1 - R_2|$

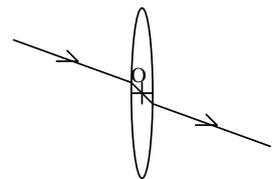
Ces conditions étant réalisées,  $S_1$  et  $S_2$  sont considérés comme confondus au point O, le **centre optique** de la lentille.

On admettra que tout rayon incident passant par O traverse la lentille sans subir de déviation.

Cette propriété définit le centre optique de tout système centré :

Pour tout système centré, il existe un point O de l'axe optique nommé **centre optique**, tel qu'un rayon lumineux passant par ce point ne soit pas dévié par le système.

Dans le cas des lentilles minces, un tel rayon n'est, de plus, pas décalé.



### VI-12. Caractère focal des lentilles minces :

#### (a) : Foyer principal image ; plan focal image ; distance focale image :

*Nous nous sommes tous déjà amusé à carboniser un morceau de papier au moyen d'une loupe focalisant les rayons du Soleil. Il faut voir là l'étymologie (et la définition) du foyer d'une lentille.*

*Le Soleil, source lumineuse très éloignée, éclaire la Terre par un faisceau de rayons pratiquement parallèles...*

On constate expérimentalement qu'un faisceau parallèle, de direction identique à celle de l'axe optique, va converger, après passage dans la lentille, en un point  $F'$  de l'axe optique.

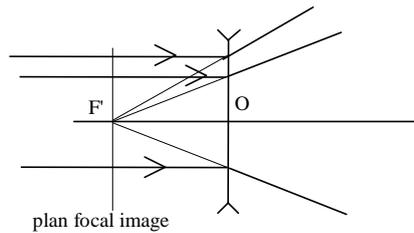
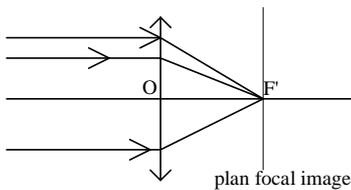
$F'$  est appelé le **foyer principal image** de la lentille.

$F'$  est réel pour une lentille convergente.  $F'$  est virtuel pour une lentille divergente.

On nomme **distance focale image** la distance algébrique :  $f' = \overline{OF'}$

$f' > 0$  pour une lentille convergente.

$f' < 0$  pour une lentille divergente.



On nomme **plan focal image** le plan de front (plan perpendiculaire à l'axe optique) passant par  $F'$ .

Tout point du plan focal image est un **foyer secondaire image**.

A ce titre, un foyer secondaire  $\Phi'$  est le point où se forme l'image d'un objet situé à l'infini, émettant un faisceau parallèle de direction différente de celle de l'axe optique.

Tout faisceau parallèle, de direction différente de celle de l'axe optique, convergera, après passage dans la lentille, en un foyer secondaire  $\Phi'$ .

On déterminera  $\Phi'$  en considérant le cas particulier du rayon passant par le centre optique  $O$ , non dévié :  $\Phi'$  est le point d'intersection de ce rayon avec le plan focal image.

**(b) : Foyer principal objet ; plan focal objet ; distance focale objet :**

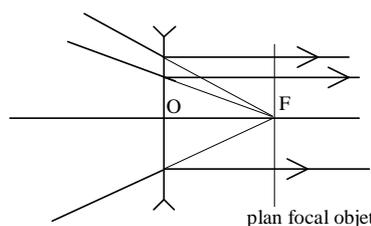
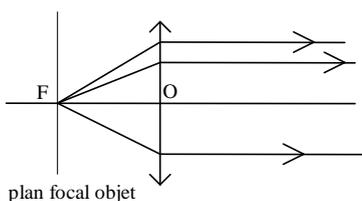
On constate expérimentalement qu'une source ponctuelle, placée en un certain point  $F$  de l'axe optique, fournit après passage dans la lentille, un faisceau parallèle, de direction identique à celle de l'axe optique.

$F$  est appelé **foyer principal objet** de la lentille.

$F$  est réel pour une lentille convergente.  $F$  est virtuel pour une lentille divergente.

On nomme **distance focale objet** la distance algébrique :  $f = \overline{OF}$

$f < 0$  pour une lentille convergente.  $f > 0$  pour une lentille divergente.



On nomme **plan focal objet** le plan de front (plan perpendiculaire à l'axe optique) passant par  $F$ .

Tout point du plan focal objet est un **foyer secondaire objet**.

A ce titre, l'image d'un foyer secondaire objet  $\Phi$  est rejetée à l'infini, comme elle l'avait été dans le cas du foyer principal. Tout faisceau issu de  $\Phi$  conduit, après passage dans la lentille, à un faisceau parallèle, dont la direction est donnée par la droite passant par  $\Phi$  et le centre optique.

**(c) : Symétrie des lentilles minces ; vergence :**

Si l'on se limite au cas de lentilles minces, formées d'un verre homogène et isotrope, baignant dans un milieu d'indice  $n$ , identique pour les faces d'entrée et de sortie.

On a alors la relation :  $f' = \overline{OF'} = \overline{FO} = -f.$

Les foyers principaux objets et images sont *symétriques* par rapport au centre optique.

La modélisation de la lentille en une lentille mince amène à l'envisager comme un objet symétrique.

Il s'ensuit que le sens d'utilisation d'une telle lentille n'a pas d'importance.

*Remarque : à confronter au cas des miroirs sphériques, pour lesquels les foyers objet et image sont confondus :  $\overline{SF} = \overline{SF'} = f = f'$*

Les valeurs absolues des distances focales images et objets étant égales, on nomme, par abus de langage, distance focale, sans précision complémentaire, la distance focale image de la lentille.

En effet, la donnée de cette seule caractéristique est suffisante pour définir complètement une lentille mince.

En pratique, on caractérise couramment une lentille par sa *vergence*,  $C'$ , définie comme l'inverse de sa

distance focale (image) :

$$C' = \frac{1}{f'}$$

$C'$  s'exprime en DIOPTRIES (symbole  $\delta$ ).  $1\delta = 1 \text{ m}^{-1}$

La vergence d'une lentille convergente est positive. Sa valeur absolue est d'autant plus grande que sa distance focale est courte.

La vergence d'une lentille divergente est négative. Sa valeur absolue est d'autant plus grande que sa distance focale est courte.

## **VI-2. Formation d'images à travers une lentille mince :**

Nous restreignons l'étude aux cas où les conditions de Gauss sont vérifiées.

### **VI-21. Construction géométrique des images dans l'approximation de Gauss :**

Les propriétés de définition du centre optique, des foyers principaux, et au besoin des foyers secondaires, permettent dans tout les cas de tracer les rayons lumineux définissant la conjugaison optique réalisée par la lentille.

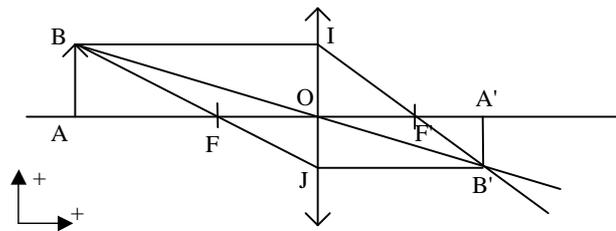
Les règles suivantes permettent le tracé de trois rayons lumineux, déterminant l'image produite par un objet donné :

- tout rayon lumineux passant par le centre optique traverse la lentille sans déviation, (1)
- tout rayon incident parallèle à l'axe optique passe par le foyer image (ou semble issu du foyer image) après avoir traversé la lentille, (2)
- tout rayon incident passant par un foyer (ou intercepté alors qu'il allait passer par un foyer) est parallèle à l'axe optique après traversée de la lentille (3).

Les deux dernières règles pouvant s'adapter au cas des foyers secondaires, en remplaçant la direction de l'axe optique par celle correspondant à la droite passant par ce foyer secondaire et le centre optique. (Voir définitions des foyers secondaires en V-12).

Cas 1 :

Lentille convergente, objet réel, image réelle renversée.



Cas 2 : Lentille divergente, objet réel, image virtuelle droite. (voir document annexe : construction d'images géométriques)

**VI-22. Relations de conjugaison et grandissement transversal :**

Ces relations permettant d'obtenir, par le calcul, la position et la grandeur de l'image, connaissant la position et la grandeur de l'objet.

Nous allons raisonner sur la figure correspondant au cas 1, mais les résultats obtenus pourront s'appliquer à tout cas de figure.

On définit le grandissement transversal :  $\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}}$

Soulignons le fait que  $\gamma$  est une grandeur algébrique.

( $\gamma < 0$  dans le cas représenté plus haut).

**(a) : Relation de conjugaison avec origine aux foyers :**

Les triangles FAB et FOJ étant semblables :  $\frac{\overline{OJ}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{FO}}{\overline{FA}}$  or :  $\overline{OJ} = \overline{A'B}$  ;  $\overline{FO} = -\overline{OF} = -f = f'$

d'où :  $\frac{\overline{A'B}}{\overline{AB}} = \frac{f'}{\overline{FA}}$

De même, les triangles F'A'B' et F'O'I étant semblables :  $\frac{\overline{OI}}{\overline{A'B'}} = \frac{\overline{F'O}}{\overline{F'A'}}$

or :  $\overline{OI} = \overline{AB}$  ;  $\overline{F'O} = -\overline{OF'} = -f'$

d'où :  $\frac{\overline{AB}}{\overline{A'B'}} = \frac{-f'}{\overline{F'A'}}$

On peut donc exprimer le grandissement transversal :

$$\boxed{\frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \gamma = \frac{f'}{\overline{FA}} = \frac{-\overline{F'A'}}{f'}} \quad \text{première formule de Newton.}$$

Egalités qui conduisent à :  $\boxed{\overline{FA} \cdot \overline{F'A'} = -f'^2}$  *deuxième formule de Newton.*

**(b) : Relations de conjugaison avec origine au centre optique :**

Les triangles ABO et A'B'O étant semblables :

$$\boxed{\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}}} \quad \text{première formule de Descartes.}$$

D'après la première formule de Newton :  $\gamma = \frac{f'}{FA} = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}}$

Soit :  $f' \cdot \overline{OA} = \overline{FA} \cdot \overline{OA'} = (\overline{OA} - \overline{OF}) \cdot \overline{OA'} = \overline{OA} \cdot \overline{OA'} - \overline{OF} \cdot \overline{OA'}$

Or :  $\overline{OF} = f = -f'$  d'où :  $\overline{OF'} \cdot \overline{OA} = \overline{OA'}(\overline{OA} + \overline{OF'})$

Soit en divisant l'expression par  $\overline{OF'} \cdot \overline{OA} \cdot \overline{OA'}$  :  $\frac{1}{\overline{OA'}} = \frac{1}{\overline{OF'}} + \frac{1}{\overline{OA}}$

Soit :  $\boxed{\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{\overline{OF'}}$  *deuxième formule de Descartes.*

Relation que l'on exprime souvent en posant :

$f'$  : distance focale image  $f' = \overline{OF'}$      $p$  : position de l'objet  $p = \overline{OA}$

$p'$  : position de l'image  $p' = \overline{OA'}$

Soit :  $\boxed{\frac{1}{p'} - \frac{1}{p} = \frac{1}{f'}}$

### **VI- 23. Image d'un objet très éloigné :**

Cette situation a déjà été abordée dans le chapitre sur les miroirs.

A grande distance de l'instrument optique, c'est à dire à un grand nombre de fois sa focale, les rayons lumineux émis par chaque point objet sont reçus par la lentille sous forme d'un faisceau parallèle.

L'inclinaison de ces faisceaux parallèles par rapport à l'axe de visée aura des valeurs comprises entre 0 et  $\alpha$ , correspondant aux extrémités A et B de l'objet.

L'objet AB est vu sous l'angle  $\alpha$ .

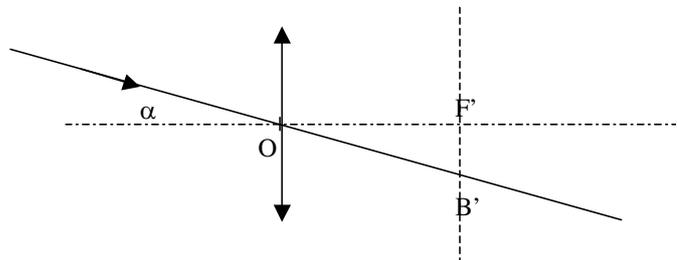
Cette situation est couramment rencontrée en astronomie. On parle de diamètre apparent pour la Lune ou pour le soleil ( $\alpha \approx 1/100$  rad).

L'image de AB se formera dans le plan focal de l'instrument. L'image A' de A sera confondue avec son foyer, tandis que B' sera un foyer secondaire.

La construction, dans le cas d'une lentille convergente mène à :

On calcule la taille de l'image par :

$$A'B' = f \cdot \tan \alpha \approx \alpha \cdot f$$



### **VII Equivalence d'un système à une lentille unique ou un miroir.**

Cette notion est parfois demandée dans certains problèmes.

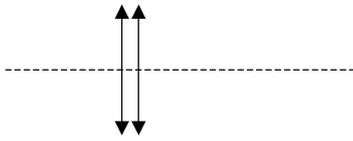
L'équivalence sera établie en montrant l'existence, pour le système :

- d'une relation de conjugaison formellement analogue à celle d'une lentille (respectivement d'un miroir)

- d'une relation de grandissement formellement analogue à celle d'une lentille (respectivement d'un miroir)

Ces relations mettront en jeu les points caractéristiques de la lentille équivalente (centre  $O_{\text{éq}}$ , foyers  $F_{\text{éq}}$  et  $F'_{\text{éq}}$ ) ou du miroir équivalent (centre  $C_{\text{éq}}$ , sommet  $S_{\text{éq}}$ , foyer  $F_{\text{éq}}$ ).

**Application : cas particulier du doublet accolé.**



Par définition, un doublet accolé est un système formé de deux lentilles minces dont les centres optiques  $O_1$  et  $O_2$  sont suffisamment proches pour être confondus. Ce système est alors équivalent à une lentille mince.

Etablissons cette équivalence :

$$A \xrightarrow{L_1} A_1 \xrightarrow{L_2} A'$$

des relations de conjugaison :  $\frac{1}{O_1 A_1} - \frac{1}{O_1 A} = \frac{1}{O_1 F'_1} = \frac{1}{f'_1}$  et  $\frac{1}{O_2 A'} - \frac{1}{O_2 A_1} = \frac{1}{O_2 F'_2} = \frac{1}{f'_2}$

on tire, avec  $O_1 = O_2 = O$  :  $\frac{1}{OA'} - \frac{1}{OA} = \frac{1}{f'_1} + \frac{1}{f'_2}$

relation identifiable à la relation de conjugaison d'une lentille unique de centre  $O$  et de distance focale image

$f'$  telle que :  $\frac{1}{f'} = \frac{1}{f'_1} + \frac{1}{f'_2}$

Les relations de grandissement donnent :  $\gamma_1 = \frac{\overline{A_1 B_1}}{AB} = \frac{\overline{O_1 A_1}}{O_1 A}$  et  $\gamma_2 = \frac{\overline{A' B'}}{A_1 B_1} = \frac{\overline{O_2 A'}}{O_2 A_1}$

Or, pour le système :  $\gamma_{\text{tot}} = \frac{\overline{A' B'}}{AB} = \frac{\overline{A_1 B_1}}{AB} \cdot \frac{\overline{A' B'}}{A_1 B_1}$  et comme  $O_1 = O_2 = O$  :  $\gamma_{\text{tot}} = \frac{\overline{A' B'}}{AB} = \frac{\overline{O A_1}}{OA} \cdot \frac{\overline{O A'}}{O A_1} = \frac{\overline{O A'}}{OA}$

**Mise en garde :** Signalons que si le doublet n'est pas accolé, c'est à dire si la distance  $O_1 O_2$  ne peut être négligée, le système n'est pas assimilable à une lentille unique. Le doublet n'est alors pas symétrique : en renversant l'ordre des lentilles, on obtient un système ayant des caractéristiques différentes. Cette situation correspond par exemple à une lunette astronomique : on ne voit pas une image identique par les deux bouts de la lunette !

**Annexe : exemples de constructions géométriques**

On se limite ici au cas des systèmes centrés simples que sont les lentilles minces et les miroirs sphériques.

On s'appuiera sur quelques idées fondamentales :

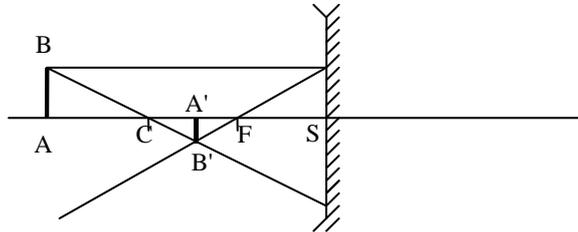
- Un rayon passant par le centre optique du système n'est pas dévié.
- Les rayons issus d'un foyer (principal ou secondaire) conduisent à un faisceau parallèle. Ce dernier est parallèle à l'axe optique dans le cas d'un foyer principal.
- Les rayons d'un faisceau parallèle quelconque convergent en un foyer secondaire. Ils convergent au foyer principal si le faisceau est de plus parallèle à l'axe optique.

On présente ci-dessous diverses constructions de l'image d'un objet  $AB$  (réel ou virtuel). **Il est fermement conseillé de reprendre l'ensemble de ces constructions à titre d'exercices préliminaires**

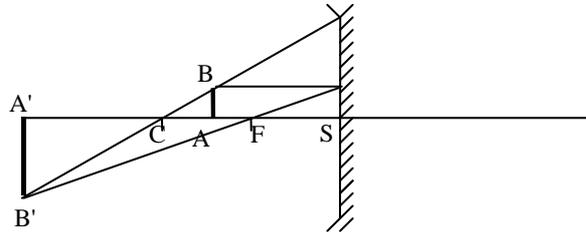
**Miroirs sphériques :**

On note F le foyer, C le centre et S le sommet, pour chacun des miroirs.

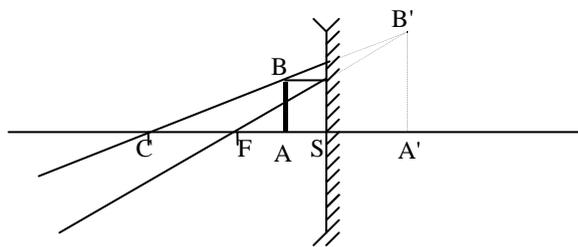
**Cas d'un miroir concave :**



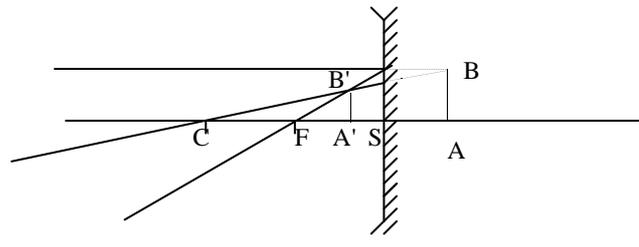
AB avant C : Objet réel, image réelle et renversée.



AB entre C et F : Objet réel, image réelle et renversée.

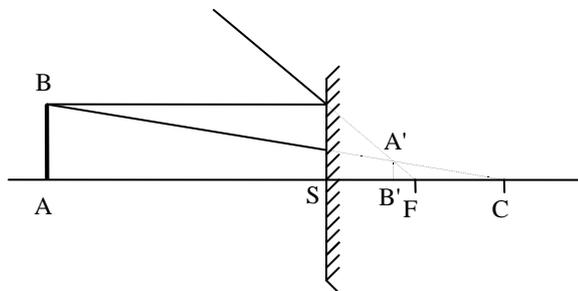


AB entre F et S : Objet réel, image virtuelle et droite.

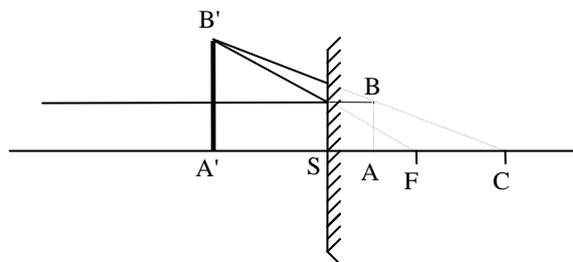


AB après S : Objet virtuel, image réelle et droite.

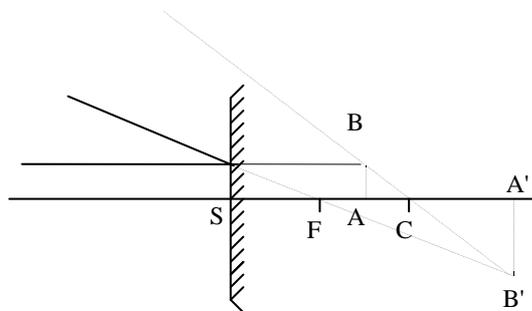
**Cas d'un miroir convexe :**



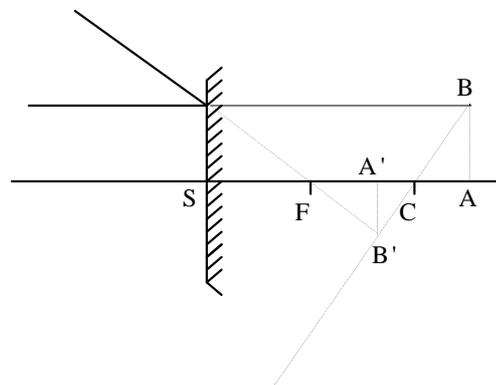
AB avant S : Objet réel, image virtuelle droite.



AB entre S et F : Objet virtuel, image réelle et droite.



AB entre F et C : Objet virtuel, image virtuelle et renversée.

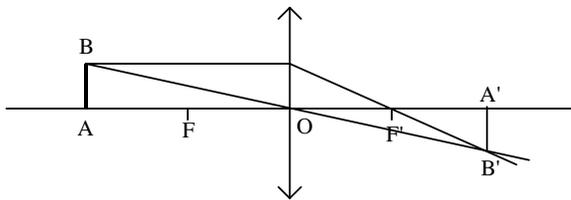


AB après C : Objet virtuel, image virtuelle et renversée.

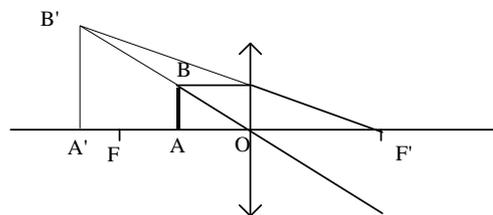
**Lentilles minces :**

On note  $O$  le centre optique,  $F$  le foyer objet et  $F'$  le foyer image pour chaque lentille.

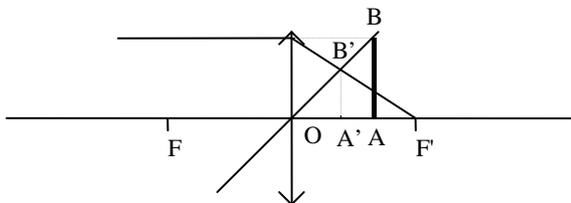
**Cas d'une lentille convergente :**



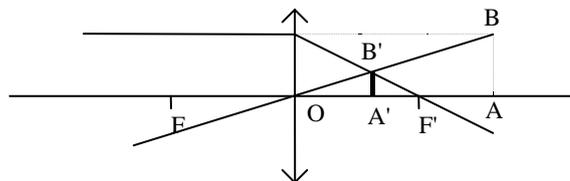
AB avant  $F$  : Objet réel, image réelle et renversée.



AB entre  $F$  et  $O$  : Objet réel, image virtuelle et droite.

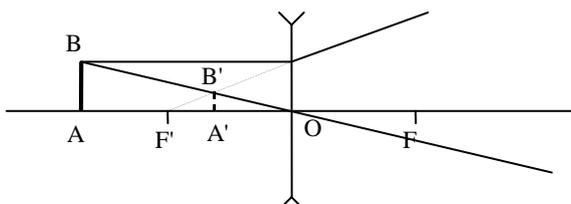


AB entre  $O$  et  $F'$  : Objet virtuel, image réelle et droite.

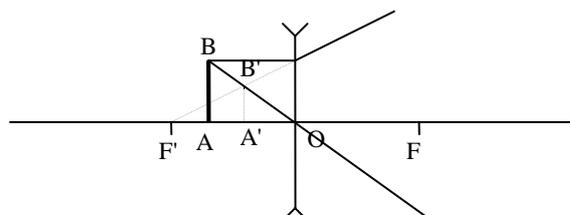


AB après  $F'$  : Objet virtuel, image réelle et droite.

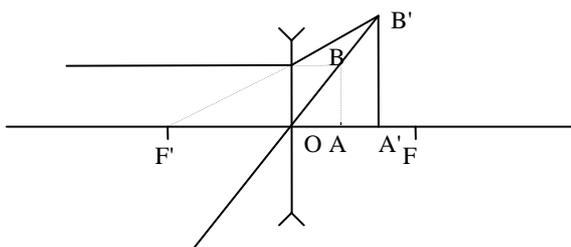
**Cas d'une lentille divergente :**



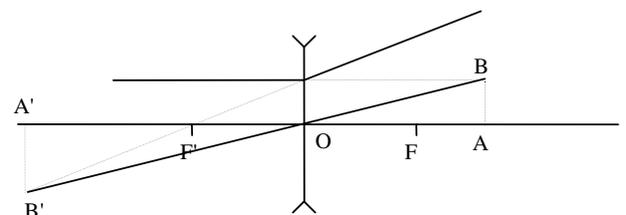
AB avant  $F'$  : Objet réel, image virtuelle et droite.



AB entre  $F'$  et  $O$  : Objet réel, image virtuelle et droite.



AB entre  $O$  et  $F$  : Objet virtuel, image réelle et droite.



AB après  $F$  : Objet virtuel, image virtuelle et renversée.